Praktikum Klassische Physik I

Versuchsvorbereitung:
P1-31, 40, 41: Geometrische Optik

Christian Buntin
Gruppe Mo-11

Karlsruhe, 09. November 2009

Inhaltsverzeichnis

1 Brennweiten-Bestimmungen

1.1 Einfache Bestimmung der Brennweite

Da sich Lichtstrahlen, die parallel zur optischen Achse der Linse einfallen, nach der Linse im Brennpunkt treffen, lässt sich dieser Punkt mit einem Schirm bestimmen. Dazu wird der Abstand des Schirmes von der Linse so eingestellt, dass das Licht in einem möglichst kleinen Punkt auf die Linse trifft. Dieser Abstand entspricht dann der Brennweite f der Linse.

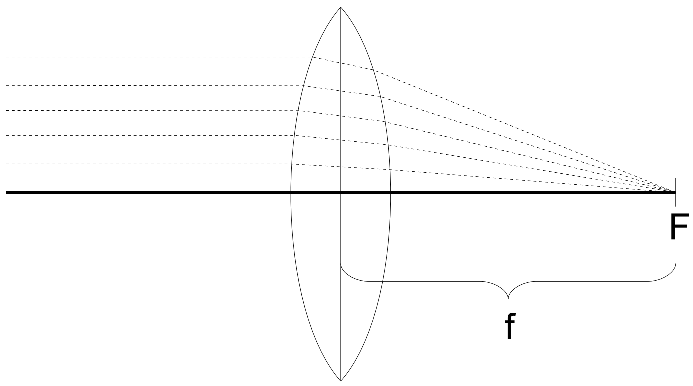

Abbildung 1: Strahlengang einer dünnen Sammellinse

1.2 Brennweitenbestimmung mittels des Besselschen Verfahrens

Es seien a und a' die Abstände eines Gegenstandes bzw. des Bildes von der Linse (Siehe Abbildung 2). Für diese gilt die *Abbildungsgleichung*: $\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{a'}$. Mit $e = a + a'$ als Abstand von Gegenstand und Bild folgt: $a' = e - a$.

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{f} &= \frac{1}{a} + \frac{1}{a'} \\
&= \frac{1}{a} + \frac{1}{e-a} \\
\Leftrightarrow a(e-a) &= f(e-a+a) \\
\Leftrightarrow \qquad 0 &= a^2 - ae + ef \\
\Rightarrow \qquad a_{1,2} &= \frac{e}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{e^2 - 4ef} \\
\Rightarrow \qquad a &= \frac{e}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{e^2 - 4ef} \\
\Rightarrow \qquad b &= \frac{e}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{e^2 - 4ef}
\end{aligned}
$$

Somit gibt es zwei Abstände, a und b, bei denen ein Scharfes Bild des Gegenstandes auf dem Schirm zu sehen ist. Damit die beiden Lösungen existieren, muss die Wurzel in den Gleichungen reell werden: $\sqrt{e^2 - 4ef} \in \mathbb{R} \Leftrightarrow e^2 - 4ef > 0 \Leftrightarrow e > 4f$. Somit darf e nicht zu klein gewählt werden. Wird hingegen $\frac{e}{f}$ zu groß gewählt, so geht die Differenz $d = b - a$ gegen e und die Schärfe des Bildes lässt sich schwerer bestimmen, da das Bild sehr klein wird.

Für den Abstand d gilt :

$$\begin{aligned} d &= b - a && (1)\\ &= \frac{e}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{e^2 - 4ef} - \frac{e}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{e^2 - 4ef} = -\sqrt{e^2 - 4ef} && (2)\\ \Leftrightarrow d^2 &= e^2 - 4ef && (3)\\ \Leftrightarrow f &= \frac{e^2 - d^2}{4e} = \boxed{\frac{1}{4}\left(e - \frac{d^2}{e}\right) = f} && (4) \end{aligned}$$

Mit dieser Gleichung lässt sich die Brennweite genau bestimmen, indem der Abstand d der beiden möglichen Linsenpositionen und die Entfernung e von Gegenstand und Schirm gemessen wird.

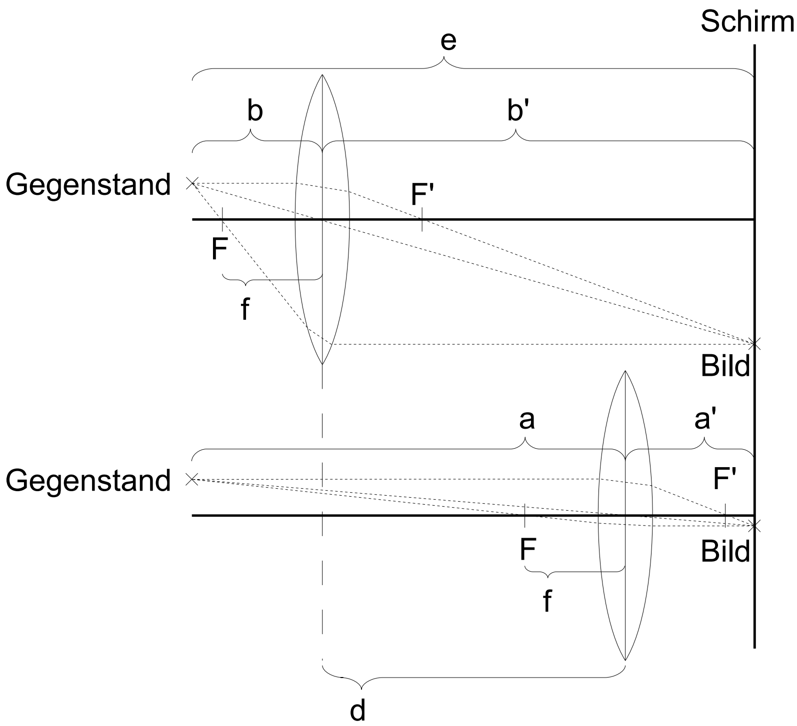

Abbildung 2: Strahlengang beim Besselschen Verfahren

Zur Untersuchung der sphärischen und chromatischen Aberration der Linse wird die Brennweitenbestimmung mit rotem und blauem Licht sowie mit dem inneren und dem äußeren Linsengebiet durchgeführt.

1.3 Brennweitenbestimmung mittels des Abbéschen Verfahrens

Mit Hilfe des Abbéschen Verfahrens lassen sich die Brennweite und die beiden Hauptebenenabstände eines Zweilinsen-Systems bestimmen

Es seien a und a' der Abstand vom Gegenstand zur 1. Hauptebene bzw. der Abstand der 2. Hauptebene zum Bild. b sei die Höhe des Gegenstandes und b' sei die Höhe des Bildes. k sei der Abstand einer beliebigen festen Marke K vom Gegenstand, h_1 und h_2 der Abstand der Hauptebenen von dieser Marke K (Siehe Abbildung 3).

Nach der Abbildungsgleichung gilt: $\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{a'}$. Nach dem Strahlensatz gilt auch: $\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'} \Leftrightarrow a' = a\frac{b'}{b}$. Somit folgt:

$$\Rightarrow \qquad \frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{a\frac{b'}{b}} \Leftrightarrow \frac{a}{f} = 1 + \frac{b}{b'}$$

Aus der Zeichnung ergibt sich: $a = k - h_1$

$$\Leftrightarrow \frac{k - h_1}{f} = 1 + \frac{b}{b'}$$
$$\Leftrightarrow \qquad k = \left(1 + \frac{b}{b'}\right) f + h_1$$

Nun muss also nur die Vergrößerung über die Werte b und b' bei bestimmten k gemessen werden. Dann wird k in mehreren Messungen über $\left(1 + \frac{b}{b'}\right)$ aufgetragen und man erhält als Steigung die Brennweite f und als y-Achsenabschnitt die Position der ersten Hauptachse h_1. Um auch h_2 zu bestimmen, muss die Messung mit der um 180° gedrehten Versuchsapparatur erfolgen.

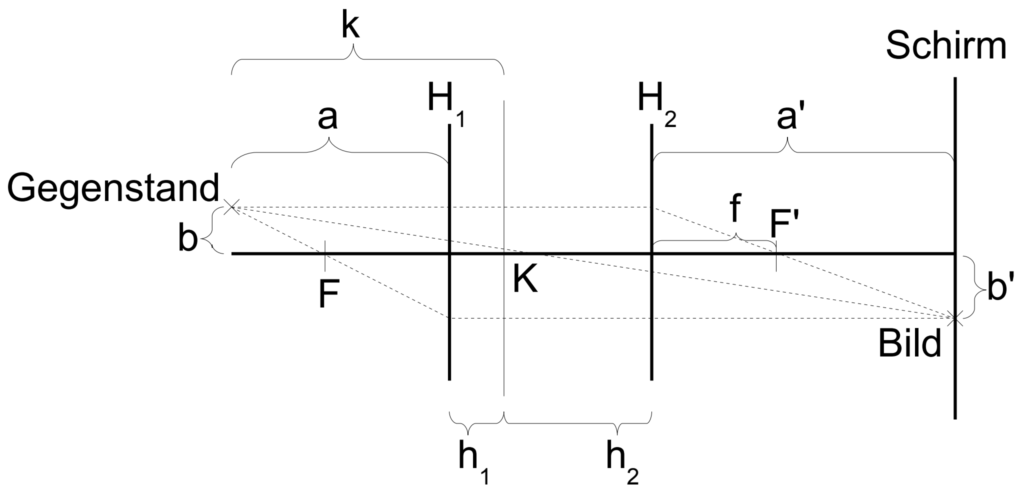

Abbildung 3: Strahlengang beim Abbéschen Verfahren

2 Aufbau optischer Instrumente

2.1 Keplersches Fernrohr

Bei einem Keplerschen Fernrohr wirft eine Linse (das Objektiv) ein reeles, aber umgekehrtes Bild eines weit entfernten Gegenstandes in seine Brennebene. Dieses Bild wird dann durch eine weitere Linse (das Okular) vergrößert betrachtet. Damit dies gelingt, muss das Bild in der Brennebene beider Linsen liegen. Deshalb ist der Abstand der Linsen die Summe ihrer Brennweiten. Für die Vergrößerung gilt:

$$\Gamma_{\text{Kepler}} = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \approx \frac{f_1}{f_2}$$

wobei ε der Sehwinkel ohne und ε' der Sehwinkel mit Fernrohr ist.

Galileisches Fernrohr

Beim Galileischen Fernrohr wird anstatt einer Sammelline eine Zerstreuungslinse als Okular verwendet. Auch hier fallen wieder die Brennpunkte zusammen, wobei F_2 hinter der zweiten Linse liegt, da $f_2 < 0$ ist. Die Länge des Fernrohres ist hier $d = f_1 + f_2 = f_1 - |f_2|$. Für die Vergrößerung gilt analog zum Kepler-Fernrohr:

$$\Gamma_{\text{Galilei}} = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \approx \frac{f_1}{|f_2|}$$

Da die Lichstrahlen sich hier nicht kreuzen, ist das Bild, anders als im Kepler-Fernrohr, nicht umgekehrt.

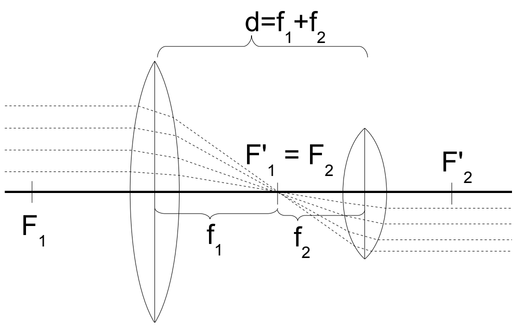

Abbildung 4: Strahlengang im Keplerschen Fernrohr

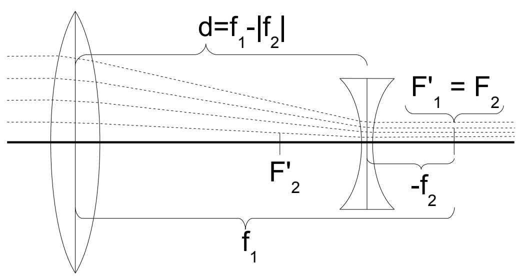

Abbildung 5: Strahlengang im Galilei-Fernrohr

2.2 Diaprojektor

Bei einem Diaprojektor wird ein Dia durch eine Kondensorlinse beleuchtet, damit möglichst viel Licht auf das Dia und durch die darauf folgende Linse fällt. Für die Abstände a: Dia–Linse und a': Linse–Schirm gilt auch hier die Abbildungsgleichung:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{a + a'}{aa'} \Leftrightarrow f = \frac{aa'}{a + a'}$$

Mit einer Vergrößerung von $\frac{a'}{a} = 10$ und dem Abstand Dia–Schirm von $a+a' = 1{,}5$ m folgt:

$$\begin{aligned}
a + a' = a + 10a = 11a = 1{,}5\text{ m} &\Leftrightarrow a = \frac{1}{11} \cdot 1{,}5\text{ m} \approx 13{,}6\text{ cm} \\
a + a' = \frac{1}{10}a' + a' = \frac{11}{10}a' = 1{,}5\text{ m} &\Leftrightarrow a' = \frac{10}{11} \cdot 1{,}5\text{ m} \approx 136{,}4\text{ cm} \\
f = \frac{\frac{1}{11} \cdot 1{,}5\text{ m} \cdot \frac{10}{11} \cdot 1{,}5\text{ m}}{\frac{1}{11} \cdot 1{,}5\text{ m} + \frac{10}{11} \cdot 1{,}5\text{ m}} &= \frac{\frac{10}{11} \cdot 1{,}5\text{ m}}{11} = 12{,}4\text{ cm}
\end{aligned}$$

Da das Bild umgekehrt abgebildet wird, muss das Dia dem entsprechend gedreht eingesetzt werden.

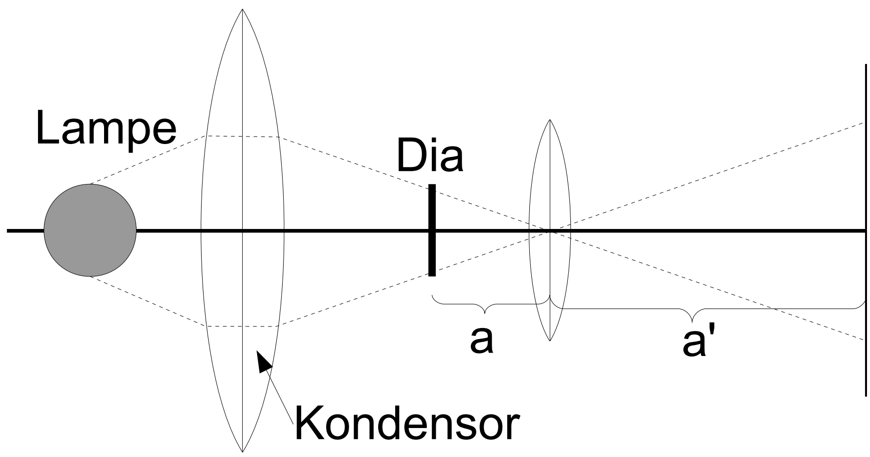

Abbildung 6: Strahlengang beim Diaprojektor

2.3 Mikroskop

Bei einem Mikroskop wird, ähnlich wie beim Diaprojektor, ein Objekt beleuchtet und ein vergrößertes reeles Zwischenbild erzeugt. Nur kann dieses hier durch das Okular vergrößert betrachtet werden.

Für die Vergrößerung gilt:

$$\Gamma_{\text{Mik}} = \underbrace{\beta_{\text{Objektiv}}}_{\approx \frac{t}{f_{\text{Obj}}}} \cdot \underbrace{\Gamma_{\text{Okular}}}_{\approx \frac{s_0}{f_{\text{Ok}}}} \approx \frac{t \cdot s_0}{f_{\text{Obj}} \cdot f_{\text{Ok}}}$$

wobei t die Tubuslänge und $s_0 \approx 25$ cm die Bezugssehweite des Auges ist.

Bei einer ca. 20-fachen Vergrößerung gilt beispielsweise bei einer Tubuslänge von 20 cm folgendes:

$$\Gamma_{\text{Mik}} = 20 \approx \frac{20\text{ cm} \cdot 25\text{ cm}}{f_{\text{Obj}} \cdot f_{\text{Ok}}} \Leftrightarrow f_{\text{Obj}} \cdot f_{\text{Ok}} \approx 25\text{ cm}^2$$

Da die Auflösung eines Lichtmikroskops durch die Wellenlänge von Licht begrenzt ist, ist es nutzlos, die Vergrößerung durch möglichst kleine Brennweiten beliebig weit zu steigern.

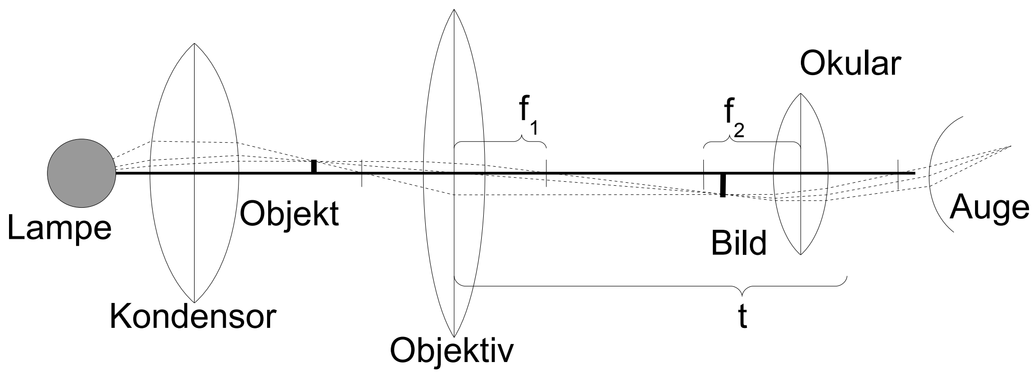

Abbildung 7: Strahlengang beim Mikroskop