

# Praktikum Klassische Physik I

## *Versuchsauswertung mit Fehlerrechnung:* P1-42,44: Lichtgeschwindigkeitsmessung

Christian Buntin; Jingfan Ye  
*Gruppe Mo-11*

Karlsruhe, 30. November 2009

### Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Drehspiegelmethode</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Phasenvergleichsmethode</b>	<b>8</b>
2.2	Justierung der Apparatur und Eichung . . . . .	8
2.3	Lichtgeschwindigkeits- und Brechzahlmessungen . . . . .	8
2.3.1	Lichtgeschwindigkeit in Luft . . . . .	8
2.3.2	Messung der Brechzahl von Wasser . . . . .	9
2.3.3	Messung der Brechzahl in Plexiglas . . . . .	11
2.3.4	Lichtgeschwindigkeit mit Lissajous-Figuren . . . . .	11
2.3.5	Brechzahl-Bestimmung mit Lissajous-Figuren . . . . .	11

# 1 Drehspiegelmethode

In einem Raum fanden wir bereits den Versuch fertig aufgebaut vor. Umlenkspiegel, Endspiegel und Drehspiegel sind schon fest im Raum in richtigen Abständen zueinander montiert. Die Sammellinse zwischen Drehspiegel und Umlenkspiegel konnte aber verschoben werden. Den Abstand von ihr zum Drehspiegel, welche 5 m betrug, prüften wir mit einem Maßband nach und korrigierten ihn um 3 cm von 4,97 m auf 5,00 m. Vermutlich wurden alle anderen bereits vermessenen Abstände auch mit diesem Maßband bestimmt. Da der Abstand zweier Markierungen 1 cm betrug, liegen die Fehler der jeweiligen Abstände bei der halben Strichbreite, also  $0,5 \text{ cm} = 0,005 \text{ m}$ .

Die Laserquelle, die Strahlteilerplatte, der Schirm und die Lupe befanden sich alle auf einen Tisch auf zwei zueinander senkrechten optischen Bänken montiert. Der Abstand vom Laser zur Strahlteilerplatte war fest, die Lupe und der Schirm ließen sich jedoch auf einer optischen Bank in eine Richtung bewegen. Der Fehler des Abstandes Tisch-Drehspiegel liegt wie bei allen anderen größeren Abständen, die vermutlich mit dem Maßband bestimmt wurden, bei  $0,005 \text{ m}$ .

Der Drehspiegel war sehr klein und an eine Bohrmaschine angebaut, der in der Höhe verstellbar war. Die letzte Hürde die wir nehmen mussten, bevor wir mit dem Versuch starten konnten, war es also, den Laserstrahl der Quelle direkt auf den Drehspiegel treffen zu lassen. Denn obwohl alle Apparaturen schon fertig installiert wurden, machten kleine Abweichungen der Höhe der Laserquelle und des Laseraustrittswinkels bereits einige Zentimeter Abweichung des Laserauftreffpunktes auf der Bohrmaschine auf. Da der Drehspiegel nur etwa ein Zentimeter hoch war, musste der Laser perfekt auf ihn draufstrahlen.

Zuerst ließen wir die Bohrmaschine aus und drehten den Drehspiegel mit einem Imbusschlüssel gerade so zurecht, dass der Strahl vom Laser richtig zum Umlenkspiegel und weiter umgelenkt wurde. Auf dem Schirm, der leider nur eine Millimeterskala besaß, beobachteten wir dann einen Punkt. Wir notierten uns den Ort dieses Punktes, indem wir den Wert der Skala des Schirmes aufschrieben. Dies war also der Ort bei 0 Umdrehungen.

Nun machten wir die Bohrmaschine an. Mit einem Drehknopf konnten wir ihre Drehgeschwindigkeit regeln. Vor der Bohrmaschine war eine Photodiode angebracht, welche die Lichtblitze zählte, die pro Zeiteinheit auf sie einfielen. Ein Gerät, der mit der Photodiode verbunden war, rechnete ihre Messdaten in Umdrehungen pro Minute der Bohrmaschine um und zeigte sie uns an.

Wir bestimmten nun den Ort des Lichtflecks auf dem Schirm bei allen Vielfachen von 2000 Umdrehungen pro Minute des Drehspiegels bis zu  $26000 \frac{1}{\text{min}}$  und schließlich bei der Drehzahl  $440 \text{ Hz} = 26400 \frac{1}{\text{min}}$ . Diese Frequenz entspricht dem Kammerton a, welche eine Stimmgabel, die zu den Versuchsgeräten gehörte, auch erzeugen konnte. Bei dieser Frequenz glichen wir anhand von Schwebungen den Ton, welcher der Drehspiegel erzeugte, mit dem Ton der Stimmgabel ab. Erstaunlicherweise entsprach der Wert, den die Photodiode ermittelte, sehr genau mit den erwarteten 26400 überein.

Auf diesem Gerät war ein Fehler von 0,1% der aktuell angezeigten Drehzahl angegeben. Trotzdem schwankte der Wert, selbst wenn wir am Drehknopf in einer Ruheposition ließen, sehr stark. Um den gewünschten Wert schwankte er um etwa  $\pm 500 \frac{1}{\text{min}}$ . Diesen Fehler müssen wir also zusätzlich zu den 0,1% beachten. Mit der Schwebungsmethode hätten wir den Fehler der Frequenz 440 Hz als 10 Hz annehmen können, da wir die Frequenz mit einer Stimmgabel abgeglichen haben und das menschliche Gehör etwa genau dann Schwebungen hört, wenn die

Frequenzen beider Töne sich um weniger als 10 Hz unterscheiden. Wie man später bei der genauen Fehleranalyse aber sehen kann, ist der Fehler durch die Photodiode kleiner. Da wir unseren Wert für 440 Hz auch mit der Photodiode nachgeprüft haben, können wir auch ihren kleineren Fehler nehmen.

Der Wert, welcher ins Messprotokoll aufgenommen wurde, ist der momentan angezeigte Wert des Geräts, welches die Information der Photodiode auswertet, als die Position des Lichtflecks auf dem Schirm ermittelt wurde. Da aber der Lichtfleck sich nicht erkennbar verschob, auch wenn die Anzeige durch die bekannten Schwankungen bereits einen gänzlich anderen Wert anzeigte, müssen wir den oben genannten Fehler trotzdem annehmen.

Den Leuchtfleck auf dem Schirm konnten wir mit einer Lupe vergrößerter beobachten. Da der Lichtfleck auf dem Schirm, wie wir uns unserer Bezeichnung für ihn hervorgeht, relativ breit und etwa einen Durchmesser von 1 mm hat, definierten wir immer die Mitte des Lichtflecks als tatsächlichen Ort des Lichtflecks. Zusätzlich merkten wir, dass bei unterschiedlichen Drehzahlen die Größe und der geometrische Aufbau des Lichtflecks sich nicht ändern. Wir bestimmten deshalb den Mittelpunkt des Lichtflecks, indem wir in etwa die Position des linken Randes und dann des rechten Randes abschätzten und die Mitte davon aufschrieben.

In der Vorbereitung haben wir ausgerechnet, dass bei der Frequenz von 440 Hz der Leuchtfleck sich um etwa 3,35 mm verschiebt. Da der Schirm aber nur eine Millimeterskalierung besaß, hätten wir eigentlich nur auf 1 mm genau messen können. Es ergab aber keinen Sinn, bei 14 Messungen, deren Messergebnisse kontinuierlich steigen sollten, nur 3 mögliche diskrete Messergebnisse zu haben, weil die „Auflösung“ zu schlecht war. Deshalb haben wir versucht, das rechte und das linke Ende des Leuchtflecks auf  $\frac{1}{10}$  mm genau abzuschätzen. Für den Fehler jedes Messwerts müssen wir aber trotz Lupe eine halbe Strichbreite, nämlich  $0,5 \text{ mm} = 0,0005 \text{ m}$  annehmen.

Zu den Messdaten muss man noch anmerken, dass wir zuerst wirklich nur auf 1 mm genau messen wollten. Dies kann man auch anhand der eingeklammerten Messergebnisse auf dem Messprotokoll sehen. Da aber wie erwartet diese Ungenauigkeit keinen Sinn machte, verwarfen wir diese ersten Ergebnisse und starteten eine neue Messreihe.

Um den Messwert bei 0 Hz zu bestimmen, hätten wir aber nochmal mit dem Imbusschlüssel den Drehspiegel ausrichten müssen. Denn nachdem der Bohrer den Drehspiegel gedreht hat und man ihn ausschaltet, hält der Drehspiegel in irgend einer Stelle an, und nicht immer an der Stelle, der das Laserlicht von der Quelle zum Umlenkspiegel reflektiert. Da wir aber bereits alle Apparaturen zueinander abgeglichen hatten und keinen Vorteil darin sahen, den Drehspiegel nochmal extra auszurichten, maßen wir diesen Wert bei einer sehr niedrigen Frequenz von 500 Hz, die die Bohrmaschine uns angezeigte hatte. Dadurch rotiert der Spiegel nur leicht, damit erhält er auch ab und zu die richtige Ausrichtung, sodass der Leuchtfleck auf dem Leuchtschirm in regelmäßigen Zeitintervallen zu sehen war.

Bei der Frequenz  $500 \frac{1}{\text{min}}$ , die uns angezeigt wurden, ist der Leuchtfleck auch eigentlich kaum verschoben zum ruhenden Drehspiegel. Dies liegt daran, dass der Ort, kurz nachdem der Drehknopf zur Regulierung der Drehfrequenz aufgedreht wurde, bestimmt wurde. Bei kleineren Frequenzen ist die Übersetzung vom Drehwinkel des Drehknopfes zur Drehzahl der Bohrmaschine sehr empfindlich, sodass die Schwankungen auch sehr groß sind. Tatsächlich schätzen wir, dass dieser Wert bei etwa  $100 \frac{1}{\text{min}}$  liegt. Wir können also annehmen, der Ort des Leuchtflecks dieser Messung entspricht etwa der bei 0 Hz.

Nun endlich die Messergebnisse und ihre systematischen Fehler:

Dabei werden folgende Größe wie folgt abgekürzt:

- a)  $f$ : Drehfrequenz des Drehspiegels,
- b)  $\Delta f$ : Systematischer Fehler der Drehfrequenz
- c)  $x$ : Ort Leuchtflecks auf dem Schirm
- d)  $a$ : Verschiebung des Leuchtflecks im Vergleich zu  $f = 0$  bzw.  $f = 500 \frac{1}{\text{min}}$
- e)  $\Delta a$ : Systematischer Fehler von  $a$

$f$ in $\frac{1}{\text{min}}$	$f$ in Hz	$\Delta f$ in Hz	$x$ in mm	$a$ in mm	$\Delta a$ in mm
500	8,3	8,3	15,2	0,0	0,5
1 975	32,9	8,4	15,5	0,3	0,5
4 018	67,0	8,4	15,8	0,6	0,5
5 928	98,8	8,4	16,0	0,8	0,5
8 042	134,0	8,5	16,2	1,0	0,5
10 020	167,0	8,5	16,5	1,3	0,5
12 035	200,6	8,5	16,8	1,6	0,5
14 028	233,8	8,6	17,0	1,8	0,5
16 056	267,6	8,6	17,2	2,0	0,5
18 067	301,1	8,6	17,5	2,3	0,5
20 011	333,5	8,7	17,8	2,6	0,5
22 033	367,2	8,7	18,0	2,8	0,5
24 031	400,5	8,7	18,3	3,1	0,5
26 034	433,9	8,8	18,5	3,3	0,5
26 400	440,0	8,8	18,6	3,4	0,5

**Tabelle 1:** Messwerte bei der Drehspiegelmethode

## 1.1 Widerstandsmessung mittels Wheatstonescher Brückenschaltung

Wir haben eine Brückenschaltung nach der Vorbereitung aufgebaut und das Potentiometer so eingestellt, dass die Punkte zwischen den Widerständen auf gleichem Potential lagen. Dann erhielten wir für die Widerstandswerte:

$$R_1 = 0,71 \text{ k}\Omega \quad R_2 = 0,33 \text{ k}\Omega \quad R_0 = 1 \text{ k}\Omega$$

Somit folgt für den unbekanntem Widerstand  $R_x$ :

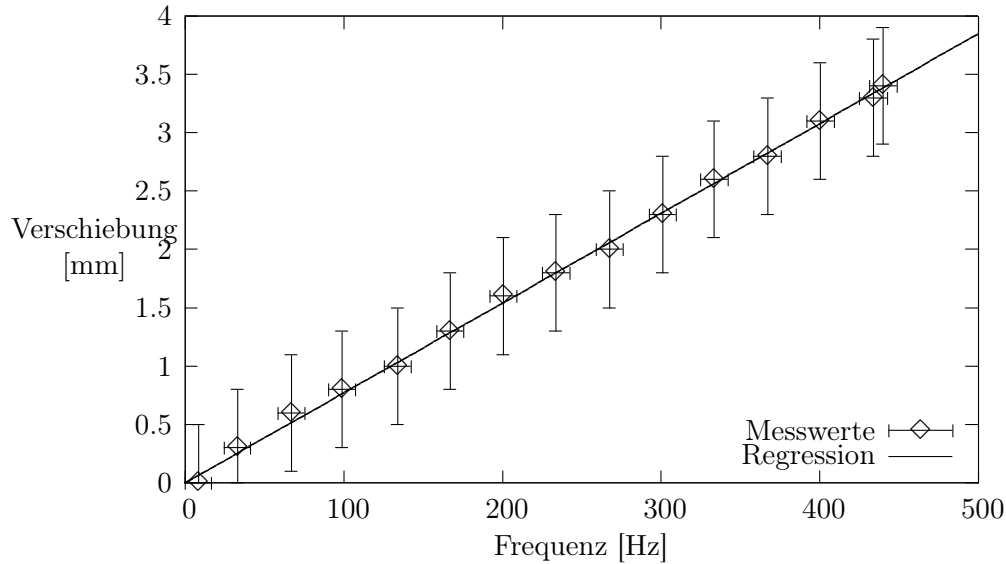
$$R_x = \frac{R_2}{R_1} R_0 = 465 \text{ }\Omega$$

Bei der Berechnung der Fehler für die Frequenz wurde, wie in den vorherigen Absätzen erklärt, für jede Frequenz ein fester Fehler von  $\pm 500$  Hz angenommen, welcher durch die Schwankungen auf Anzeige zu erklären ist, sowie der vom Hersteller der Photodiode angegebene Fehler von 0,1% der angezeigten Frequenz angenommen. Es gilt also:

$$\Delta f = 500 \frac{1}{\text{min}} + \frac{1}{1000} \cdot f = 8,3 \text{ Hz} + \frac{1}{1000} \cdot f \quad (1)$$

Für den Fehler der Verschiebung  $a$  gilt der feste Wert von 0,5 mm:

$$\Delta a = 0,5 \text{ mm} \quad (2)$$



**Abbildung 1:** Messwerte der Drehspiegelmethode  
 Lineare Regression:  $f(x) = a \cdot x$   
 mit  $a = (0,00769 \pm 0,00005)$  mms

Nun kommen wir endlich zur Berechnung der Lichtgeschwindigkeit. Für sie wurde in der Vorbereitung folgende Formel hergeleitet:

$$c = \frac{8\pi f(d_2 + d_3) \cdot d_1}{a} \quad (3)$$

Bei einer Größtfehlerabschätzung gilt für den Fehler der Lichtgeschwindigkeit  $\Delta c$ :

$$\Delta c = \sum_i \left| \frac{\partial}{\partial x_i} c \right| \cdot \Delta x_i \quad (4)$$

wobei  $x_i$  alle fehlerbehafteten Größen sind. Hier sind sie  $f$ ,  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $d_3$  und  $a$ .

Für die Fehler der drei Größen  $d_1$ ,  $d_2$  und  $d_3$  können wir jeweils 0,005 m annehmen, da sie alle mit dem Maßband gemessen wurden (Genaue Erklärung in den ersten Abschnitten). Es gilt also:

$$\Delta d_1 = \Delta d_2 = \Delta d_3 = 0,005 \text{ m} \quad (5)$$

Die genaue Formel für den Fehler von  $c$  lautet:

$$\Delta c = \left| \frac{8\pi(d_2 + d_3) \cdot d_1}{a} \right| \cdot \Delta f + \left| \frac{8f\pi(d_2 + d_3)}{a} \right| \cdot \Delta d_1 + \left| \frac{8\pi f \cdot d_1}{a} \right| \cdot \Delta d_2 + \left| \frac{8\pi f \cdot d_1}{a} \right| \cdot \Delta d_3 + \left| -\frac{8\pi f(d_2 + d_3) \cdot d_1}{a^2} \right| \cdot \Delta a \quad (6)$$

Aus der Versuchsanweisung ist bekannt:  $d_1 = 6,58$  m,  $d_2 = 7,23$  m und  $d_3 = 6,57$  m. Eingesetzt ergibt dies:

Messung	$f$ in $\frac{1}{m}$	$a$ in mm	$c$ in $10^8 \frac{m}{s}$	$\Delta c$ in $10^8 \frac{m}{s}$
	500	0,0	-	-
1	1 975	0,3	2,5	4,8
2	4 018	0,6	2,5	2,4
3	5 928	0,8	2,8	2,0
4	8 042	1,0	3,1	1,7
5	10 020	1,3	2,9	1,3
6	12 035	1,6	2,9	1,0
7	14 028	1,8	3,0	0,9
8	16 056	2,0	3,1	0,9
9	18 067	2,3	3,0	0,7
10	20 011	2,6	2,9	0,6
11	22 033	2,8	3,0	0,6
12	24 031	3,1	2,9	0,5
13	26 034	3,3	3,0	0,5
14	26 400	3,4	3,0	0,5

**Tabelle 2:** Ergebnisse für die Lichtgeschwindigkeitsmessung bei jeder Frequenz des Drehspiegels, mit systematischen Fehlern

Da die Messung des Abstandes  $a$  so ungenau war und nur auf 2 signifikante Stelle bestimmt werden konnte, war die Angabe der Lichtgeschwindigkeit auch nur auf 2 signifikante Stellen möglich. Die Stellen der Fehler müssen mit dem des Messwerts übereinstimmen.

Negative Geschwindigkeiten sind natürlich totaler Unfug. Der negative Fehlerbereich gehe jeweils nur beliebig nahe an  $0 \frac{m}{s}$ .

Da die Berechnung des statistischen Fehlers reiner Rechenaufwand ist, haben wir diese Aufgabe dem Computer überlassen. Dazu hätte man nur die Wurzel der Summe der Abweichungsquadrate jedes Messwerts zu ihrem arithmetischen Mittel ausrechnen müssen. Für den Fehler des Mittelwerts / die Unbestimmtheit mussten wir nur noch den statistischen Fehler durch die Wurzel der Anzahl der Messungen teilen.

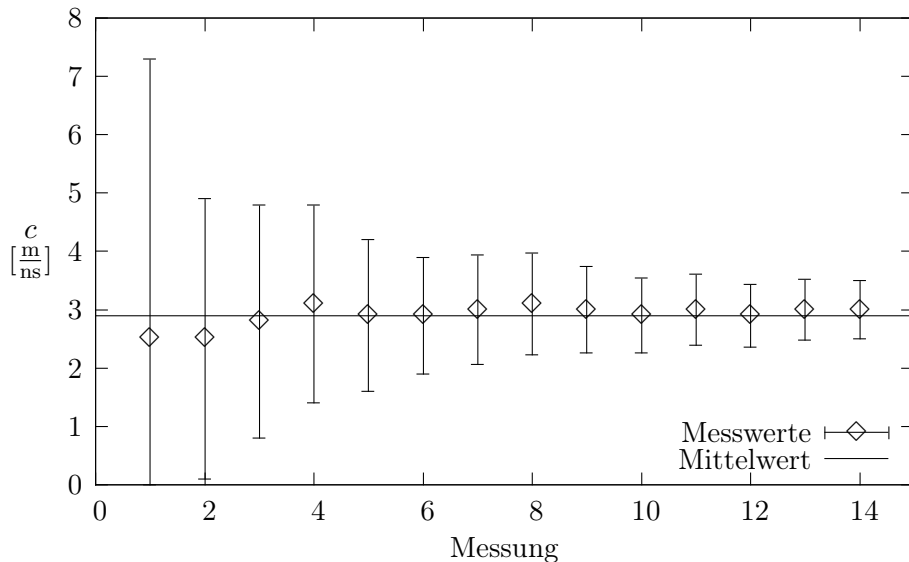
Man sieht sehr schön, dass sowohl der Fehler je kleiner wird, je größer die Drehfrequenz  $f$  und damit der Abstand  $a$  wurde. Dies liegt daran, dass der Vorfaktor des  $a$ -Fehlers im  $\Delta c$ -Term bei kleinem  $a$  sehr groß wird. Bei größeren Abständen  $a$  wird der Fehler bereits viel kleiner. Der  $f$ -abhängige Teil von  $\Delta f$  ist so klein, dass er nur sehr schwach in die Rechnung eingeht.

Außerdem sieht man auch, dass bei größeren Werten von  $a$  und  $f$  die Messwerte auch immer besser werden. Sie gehen immer mehr auf dem Literaturwert zu. Dies liegt daran, dass bei größerem  $f$  und damit bei  $a$  kleine Ablesefehler von  $f$  und  $a$  relativ nicht mehr so viel verändern, als wenn beide Werte sehr klein sind. Beispielsweise ändert sich der Wert von  $c$ , wenn man für  $a$  statt 0,3 mm nur 0,2 mm abliest, um 33%. Wenn man aber statt 3,4 mm nur 3,3 mm abliest, ist das nur eine Abweichung von 3%.

## Messergebnis

Unser Gesamtergebnis für die Lichtgeschwindigkeit mit dieser Methode beträgt (arithmetisches Mittel  $\pm$  Fehler des Mittelwerts/Unbestimmtheit):

$$c_{\text{Drehspiegel}} = (2,9 \pm 0,1) \cdot 10^8 \frac{m}{s}$$



**Abbildung 2:** Lichtgeschwindigkeit aus den Messergebnissen der Drehspiegelmethode  
Mittelwert:  $\bar{c} = (2,9 \pm 0,1) \frac{m}{ns}$

Der systematische Fehler ist bei jeder Messung anders. Deshalb ist es nicht möglich, einen gemeinsamen systematischen Fehler anzugeben. Diese sind für jeden Messwert in Tabelle 2 angegeben. Jeder dieser Fehler trägt allerdings noch diesen Fehler des Mittelwerts mit sich. Er muss also zu den systematischen Fehler dazuaddiert werden!

In der Literatur ist  $c$  definiert als:

$$c_{\text{Literatur}} = 2,99792458 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$$

(Quelle: Physikalisch-Technische Bundesanstalt)

Unser Messwert liegt also nur 3,3% neben dem Literaturwert. Dieser liegt sogar im Fehlerbereich der Unbestimmtheit!

## Fazit

Unser Messwert stimmt sehr gut mit dem Literaturwert überein. Dies kann aber auch an Glück liegen, dass wir die Abstände auf dem Schirm sehr gut abgeschätzt haben und der Frequenzfehler sehr klein war. Wie man auf dem Diagramm sehen kann, ist der Fehler sehr groß und unsere Messwerte hätten also ganz woanders liegen können.

Der Photodiodenfrequenzzähler schwankte sehr in ihrer Anzeige. Die beiden Gründen können sein, dass die Rotationsfrequenz nicht konstant war und dass die Anzeige nicht ganz stimmte. Beide Effekte könnten aufgetreten sein.

Der wesentlich größere und am einfachsten zu behebbende Mangel war die sehr grobe Skalierung auf dem Schirm. Wir mussten sehr viel abschätzen, statt wirklich ablesen zu können. Der dadurch entstandene große Fehler machte sich auch in der Fehlerrechnung stark bemerkbar. Zur Verbesserung und Verfeinerung der Messergebnisse - Das Messergebnis kann nur auf wenige signifikante Stellen angegeben werden - schlagen wir eine deutlich feinere Skalierung vor. Eine weitere Verbesserung wäre es, alle Abstände  $d_1$ ,  $d_2$  und  $d_3$  zu vergrößern.

## 2 Phasenvergleichsmethode

### 2.2 Justierung der Apparatur und Eichung

Wir haben die Apparatur so justiert, dass die Leuchtdiode möglichst optimal ausgeleuchtet wurde.

Aus den Frequenzmessungen erhielten wir:

$$\frac{\omega}{10} = 5,99880 \text{ MHz}$$

$$\omega - \Omega = 100,067 \text{ kHz}$$

Um das Oszilloskop zu eichen, haben wir das  $\frac{\omega}{10}$ -Signal mit dem Oszilloskop betrachtet und bestimmt, welche Strecke  $s$  welcher Anzahl  $n$  von vollen Perioden entsprach. Daraus errechneten wir den Maßstab  $\frac{\Delta t}{s} = \frac{10n}{s}$  und daraus einen Korrekturfaktor  $\gamma = \frac{\text{ist}}{\text{soil}}$ .

Für den systematische Fehler der Frequenz nahmen wir 5 an der ersten unbekanntes Stelle an. Für die Anzahl  $n$  gehen wir davon aus, dass wir uns nicht verzählt haben, für  $\Delta s$  nahmen wir die halbe kleinste Skalenbreite 0,2. Man kann annehmen, dass die Fehler nicht voneinander abhängen. Somit hat der  $\gamma$ -Faktor einen Fehler von

$$\Delta\gamma = \sqrt{\left(\frac{\partial\gamma}{\partial\frac{\omega}{10}}\Delta\frac{\omega}{10}\right)^2 + \left(\frac{\partial\gamma}{\partial s}\Delta s\right)^2} = \frac{n}{\text{Maßstab}} \frac{1}{\frac{\omega}{10}s} \sqrt{\left(\frac{1}{\frac{\omega}{10}}\Delta\frac{\omega}{10}\right)^2 + \left(\frac{1}{s}\Delta s\right)^2} \quad (7)$$

Maßstab $\left[\frac{\mu\text{s}}{\text{Rastermaß}}\right]$	1	0,5
$s$ [Rastermaß]	8	6
$n$	50	19
$\frac{n}{10s}$ $\left[\frac{\mu\text{s}}{\text{Rastermaß}}\right]$	1,04	0,53
$\gamma$	$1,04 \pm 0,03$	$1,06 \pm 0,02$

Mit diesem  $\gamma$  müssen die Zeitwerte also immer Multipliziert werden, um die korrekte Zeitdifferenz zu erhalten. Dabei haben wir, wenn nicht anders angegeben, immer im  $0,5 \frac{\mu\text{s}}{\text{Rastermaß}}$ -Maßstab gemessen.

Für den Fehler des Zeitdehnungsfaktors  $\beta = \frac{\omega - \Omega}{\omega}$  gilt:

$$\Delta\beta = \sqrt{\left(\frac{\partial\beta}{\partial\omega}\Delta\omega\right)^2 + \left(\frac{\partial\beta}{\partial(\omega - \Omega)}\Delta(\omega - \Omega)\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\omega - \Omega}{\omega^2}\Delta\omega\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega}\Delta(\omega - \Omega)\right)^2} \quad (8)$$

Somit ist  $\beta = (1,668117 \pm 0,000009) \cdot 10^{-3}$

### 2.3 Lichtgeschwindigkeits- und Brechzahlmessungen

#### 2.3.1 Lichtgeschwindigkeit in Luft

Wir haben am Startpunkt die Phasenverschiebung am Signalgenerator auf 0 gestellt, dann den Ort des Lichtsenders verändert und die Phasenverschiebung notiert.



Die Position wurde in den Abstand  $s$  von der Ausgangsposition umgerechnet. Da immer im  $0,5 \frac{\mu\text{s}}{\text{Rastermaß}}$ -Maßstab gemessen wurde, muss die Zeit  $t'$  mit dem dazugehörigen  $\gamma$ -Faktor multipliziert werden. Die Zeit muss wiederum mit dem Faktor  $\beta$  multipliziert werden, um die tatsächliche Phasenverschiebung  $t$  zu erhalten.

Den Fehler für den Ort schließen wir auf eine halbe Skalenbreite:  $\Delta x = 0,5 \text{ mm}$ . Für den Fehler der Phasenverschiebung  $t = t' \cdot \gamma \cdot \beta$  haben wir beim Ablesen von  $t'$  die halbe Skalenbreite  $\Delta t' = 0,05 \mu\text{s}$  gewählt. Somit gilt für diesen Fehler, die nicht voneinander abhängen:

$$\Delta t = \sqrt{\left(\frac{\partial t}{\partial t'} \Delta t'\right)^2 + \left(\frac{\partial t}{\partial \gamma} \Delta \gamma\right)^2 + \left(\frac{\partial t}{\partial \beta} \Delta \beta\right)^2} = t \sqrt{\left(\frac{\Delta t'}{t'}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \gamma}{\gamma}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \beta}{\beta}\right)^2} \quad (9)$$

Damit erhalten wir die Messwerte:

Ort	Position	Phasenv.	tatsächl. Phasenv.	Fehler	Lichtgeschw.	Fehler
	$x$	$t'$	$t = t' \cdot \gamma \cdot \beta$	$\Delta t$	$c = \frac{x}{t}$	$\Delta c$
[mm]	[m]	[ $\mu\text{s}$ ]	[ns]	[ns]	$\left[\frac{\text{m}}{\text{ns}}\right]$	$\left[\frac{\text{m}}{\text{ns}}\right]$
139,0	0	0	0	0,09		
121,6	0,174	0,4	0,71	0,09	0,246	0,031
114,1	0,249	0,5	0,88	0,09	0,28	0,03
86,3	0,527	1,0	1,8	0,1	0,30	0,02
66,7	0,723	1,3	2,3	0,1	0,31	0,02
61,7	0,773	1,5	2,7	0,1	0,291	0,012
45,1	0,939	1,8	3,2	0,1	0,30	0,01
36,3	1,027	2,0	3,5	0,2	0,29	0,01

Nun haben wir die Position  $x$  über die Zeit  $t$  aufgetragen und die Messwerte durch eine Ursprungsgerade genähert (Abbildung 3 auf der nächsten Seite).

Da bei dieser Geraden gilt:  $c = \frac{x}{t}$ , gilt für den systematischen Fehler:

$$\Delta c = \left| \frac{\partial c}{\partial x} \Delta x \right| + \left| \frac{\partial c}{\partial t} \Delta t \right| = \left| \frac{\Delta x}{t} \right| + \left| \frac{x}{t^2} \Delta t \right| = 0,018 \frac{\text{m}}{\text{ns}} \quad (10)$$

Somit haben wir für die Lichtgeschwindigkeit in Luft gemessen:

$$c = (2,95 \pm 0,04 \pm 0,18) \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (11)$$

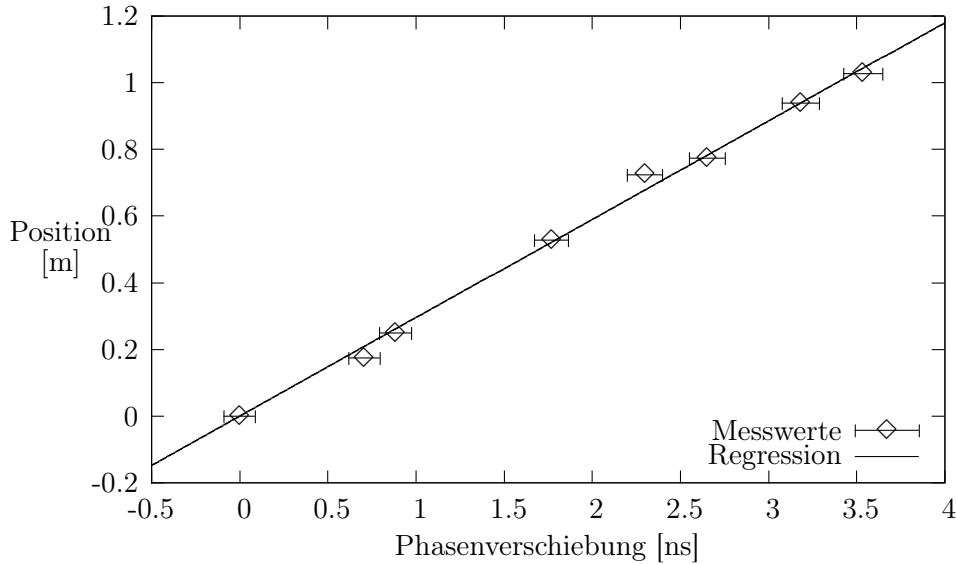
### 2.3.2 Messung der Brechzahl von Wasser

Wir haben im Lichtweg die Strecke  $d = 1 \text{ m}$  durch Wasser ersetzt, dabei die Änderung der Phasenverschiebung gemessen. Dann haben wir die Phasenverschiebung am Startort wieder auf 0 gesetzt und die Phasenverschiebungen  $t'$  bei Ortsänderungen notiert.

Da dieses „auf 0 setzen“ die Änderung des Aufbaus durch Ersetzen des Lichtweges  $d$  durch Wasser wieder kompensiert, musste zu den gemessenen Phasenverschiebungen noch die Phasenverschiebung, die durch Einsetzen des Wasserrohres entsteht, addiert werden. Dadurch addieren sich auch die Fehler quadratisch.

Die Brechzahl  $n$  berechnet sich wie folgt:

$$n = \frac{tc_L - x}{d} + 1 \quad (12)$$



**Abbildung 3:** Phasenverschiebung in Abhängigkeit des Ortes  
 Lineare Regression:  $f(x) = c \cdot x$   
 mit  $c = (0,295 \pm 0,004) \frac{\text{m}}{\text{ns}}$

Somit folgt für den Fehler:

$$\Delta n = \left| \frac{\partial n}{\partial t} \Delta t \right| + \left| \frac{\partial n}{\partial c_L} \Delta c_L \right| + \left| \frac{\partial n}{\partial s} \Delta s \right| + \left| \frac{\partial n}{\partial d} \Delta d \right|$$

$$= \left| \frac{c_L}{d} \Delta t \right| + \left| \frac{t}{d} \Delta c_L \right| + \left| \frac{1}{d} \Delta s \right| + \left| \frac{tc_L - s}{d^2} \Delta d \right| \quad (13)$$

Für den Fehler  $\Delta d$  wählen wir 5 mm, da das Rohr mit zwei Glasscheiben abgeschlossen ist.  $\Delta s = 0,5$  mm bleibt die halbe Skalenbreite und  $\Delta t$  berechnet sich nach Gleichung (9).

Messwerte:

Ort	Position	Phasenv.	tatsächl. Phasenv.	Fehler	Brechzahl	Fehler
[mm]	[m]	$t'$	$t = t' \cdot \gamma \cdot \beta$	$\Delta t$	$n$	$\Delta n$
		[ $\mu\text{s}$ ]	[ns]	[ns]		
68,0	0	0,75	1,33	0,09	1,39	0,06
23,5	0,174	1,0 + 0,75	3,09	0,13	1,47	0,10
49,8	0,249	0,5 + 0,75	2,21	0,13	1,47	0,08
39,1	0,527	0,75 + 0,75	2,65	0,13	1,49	0,09

Somit erhalten wir für die Brechzahl von Wasser:

$$n = 1,45 \pm 0,03 \pm 0,08 \quad (14)$$

Daraus wird deutlich, dass unser „auf 0 setzen“ nur unnötige Ungenauigkeiten produziert hat. Allein mit dem Vergleich der Phasenverschiebung ohne und mit Wasser erhalten wir eine Brechzahl von  $n = 1,39 \pm 0,06$  kommt, welches dem Literaturwert von 1,33 sehr gut nahe kommt, denn der Literaturwert liegt leider nicht im Intervall unseres Endergebnisses.

### 2.3.3 Messung der Brechzahl in Plexiglas

Es wurde analog wie in der letzten Aufgabe verfahren. Auch hier musste zu der gemessenen Phasenverschiebung noch die Phasenverschiebung beim Einsetzen des Plexiglasstabes addiert werden. Wir setzten in den Lichtweg  $d = 30$  cm Plexiglas ein, dabei wählten wir  $\Delta d = 0,5$  mm. Für die Fehler gelten die selben Gleichungen wie in der letzten Aufgabe.

Messwerte:

Ort	Position	Phasenv.	tatsächl. Phasenv.	Fehler	Brechzahl	Fehler
[mm]	$x$ [m]	$t'$ [ $\mu$ s]	$t = t' \cdot \gamma \cdot \beta$ [ns]	$\Delta t$ [ns]	$n$	$\Delta n$
127,7	0	0,3	0,53	0,09	1,52	0,13
109,3	0,184	0,3 + 0,3	1,06	0,13	1,43	0,19
97,6	0,301	0,5 + 0,3	1,41	0,13	1,39	0,21
75,6	0,521	1,0 + 0,3	2,30	0,13	1,52	0,26

Für die Brechzahl in Plexiglas erhalten wir also:

$$n = 1,47 \pm 0,04 \pm 0,2 \quad (15)$$

### 2.3.4 Lichtgeschwindigkeit mit Lissajous-Figuren

Wir haben am Startpunkt die Phasenverschiebung am Signalgenerator auf 0 gestellt, sodass als Lissajous-Figur eine Gerade zu sehen war. Dann den Ort des Lichtsenders so weit um  $x = (175,0 - (-60,0 - 12,2))$  cm = 2,472 m verändert, bis wieder eine Gerade zu sehen war. Die Phasenverschiebung entsprach dann genau  $\frac{\lambda}{2}$ .

Den Fehler  $\Delta x = 0,05$  m wählten wir so hoch, da die Lissajous-Figur aufgrund der großen Distanz sehr unscharf war und dadurch nicht genau erkennbar war, ob wirklich eine Gerade vorlag. Somit gilt für den Fehler der Lichtgeschwindigkeit, da  $\Delta \omega$  und  $\Delta x$  nicht voneinander abhängen:

$$\Delta c = \sqrt{\left(\frac{\partial c}{\partial x} \Delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial c}{\partial \omega} \Delta \omega\right)^2} = c \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \omega}{\omega}\right)^2} = 0,06 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (16)$$

Somit messen wir für die Lichtgeschwindigkeit:

$$c = 2\omega x = (2,97 \pm 0,06) \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (17)$$

### 2.3.5 Brechzahl-Bestimmung mit Lissajous-Figuren

Wir haben am Startpunkt die Phasenverschiebung am Signalgenerator auf 0 gestellt, sodass als Lissajous-Figur eine Gerade zu sehen war. Als Fehler haben wir für die verschiedenen Medien dieselben Werte wie in den Aufgaben 2.3.2 und 2.3.3 gewählt.

- a) Wir haben  $d = 1$  m Lichtweg durch Wasser ersetzt und gemessen, um welche Strecke  $x$  wir den Lichtsender bewegen mussten, bis wieder eine Gerade zu sehen war. Dabei war  $x = (-40 - 3,5 + 60 + 12,2)$  cm = 0,287 m

Der Fehler liegt hier bei

$$\Delta n = \sqrt{\left(\frac{\partial n}{\partial x} \Delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial n}{\partial d} \Delta d\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{d}\right)^2 + \left(\frac{x}{d^2} \Delta d\right)^2} = 0,05 \quad (18)$$

Somit erhalten wir für Wasser eine Brechzahl von

$$n = \frac{x}{d} + 1 = 1,29 \pm 0,05 \quad (19)$$

Diese ist in etwa mit dem Wert aus Aufgabe 2.3.2 vergleichbar.

- b) Wir haben  $d = 0,3$  m Lichtweg durch Plexiglas ersetzt und gemessen, um welche Strecke  $x$  wir den Lichtsender bewegen mussten, bis wieder eine Gerade zu sehen war. Dabei war  $x = (-55 - 6,6 + 60 + 12,2)$  cm = 0,106 m

Der Fehler liegt hier bei

$$\Delta n = \sqrt{\left(\frac{\partial n}{\partial x} \Delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial n}{\partial d} \Delta d\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{d}\right)^2 + \left(\frac{x}{d^2} \Delta d\right)^2} = 0,2 \quad (20)$$

Somit erhalten wir für Plexiglas eine Brechzahl von

$$n = \frac{x}{d} + 1 = 1,4 \pm 0,2 \quad (21)$$

In diesem Intervall liegt auch der Wert aus Aufgabe 2.3.3, allerdings ist das Ergebnis auch sehr unpräzise.

## Fazit

Die von uns gemessenen Lichtgeschwindigkeiten stimmen gut mit dem Literaturwert überein. Bei der Brechzahlbestimmung haben wir auf zwei verschiedenen Wegen vergleichbare Werte gemessen.

Allerdings ließ die Präzision bei den Brechzahlen zu Wünschen übrig, was die Folge unseres unnötigen, ja sogar falschem „auf 0 Stellen“ der Phasenverschiebung gewesen ist.

Verbesserung der Phasenvergleichsmethode:

- Verwendung eines Lasers statt Leuchtdiode zur besseren Fokussierung auf den Sensor, womit sich ein schärferes Bild auf dem Oszilloskop ergeben würde.
- Verwendung einer Rechteckspannung zum Ansteuern des Lichtsenders zwecks besserer Ablesbarkeit der Phasenverschiebung.
- Verwendung eines Oszilloskopes mit genauem Zeitbasisgenerator und Möglichkeit zur direkten Messung der Phasenverschiebung durch verschiebbare Marken am Oszilloskop.
- Bei Verbesserung des Lichtsenders: Verlängerung der optischen Bank, um mehr Messwerte, gerade beim Lissajous-Verfahren, nehmen zu können.
- Verdunkelung der Umgebung um eventuell auftretende störende Lichtquellen zu eliminieren.