Praktikum Klassische Physik I

Versuchsvorbereitung: P1-42, 44: Lichtgeschwindigkeitsmessung

Christian Buntin
Gruppe Mo-11

Karlsruhe, 30. November 2009

Inhaltsverzeichnis

1 Drehspiegelmethode

1.1 Vorbereitung

Bei dieser Methode wird ein Lichtstrahl auf einen mit hoher Frequenz rotierenden Spiegel gerichtet. Dieser wird vom Spiegel reflektiert und durch einen weiteren Spiegel wieder zum Drehspiegel zurückgeworfen. Da sich der Spiegel in der kurzen Zeit bereits ein kleines Stück weiter gedreht hat, wird der Strahl in einem anderen Winkel reflektiert. Anhand dieser Abweichung lässt sich die Lichtgeschwindigkeit bestimmen.

Aufbau

Die Laseraustrittsöffnung befindet sich in der Entfernung d_1 vom Drehspiegel. Nach dem Drehspiegel befindet sich eine Linse der Brennweite $f = 5$ m. Diese dient dazu, den Laserstrahl, welcher in verschiedenen Winkeln reflektiert wird, so zu brechen, dass dieser danach parallel zur optischen Achse der Linse verläuft. Somit muss der Drehspiegel genau im Brennpunkt der Linse liegen.

Im Abstand $d_2 = 7{,}23$ m vom Drehspiegel (entlang der optischen Achse der Linse) befindet sich ein fester Umlenkspiegel (wegen der beschränkten Raumgröße), welcher den Strahl zu dem $d_3 = 6{,}57$ m entfernten Endspiegel reflektiert. Von dort läuft der Lichtstrahl getreu dem Prinzip der Umkehrbarkeit des Lichtweges zurück bis zum Drehspiegel. Da der Strahl parallel zur optischen Achse der Linse einfällt, wird er nach der Linse genau in der Mitte des Drehspiegels auftreffen.

Wenn dieser ruht, verläuft der Strahl zurück zur Laseraustrittsöffnung, unabhängig vom Drehwinkel des Drehspiegels (eben aufgrund der Linse), vorausgesetzt, der Strahl trifft den Endspiegel.

Zwischen der Laseraustrittsöffnung und dem Drehspiegel befindet sich im Abstand d_4 vom Drehspiegel ein halbdurchlässiger Spiegel als Strahlteiler, welcher genau diesen zurückkehrenden Strahl zu einem Glasmaßstab im Abstand von d_5 von diesem Spiegel ablenkt, den aus dem Laser austretenden Strahl aber möglichst nicht beeinträchtigt. An diesem Maßstab kann dann mittels einer Lupe, welche im Abstand ihrer Brennweite $f_L = 10$ cm vom Maßstab aufgebaut wird, der reflektierte Strahl betrachtet werden.

Wenn der Drehspiegel nun mit einer Frequenz ν rotiert, so hat dieser sich zwischen Eintreffen des erstem Strahls bis zum Eintreffen des reflektierten Strahls bereits um einen winzigen Winkel θ weiter gedreht. Aufgrund diesen Winkels wird der reflektierte Strahl in einem Winkel von 2θ zum einfallenden Strahl reflektiert. Somit ist die Position des Lichtpunkt des Laserstrahls auf der Messplatte gegenüber der Position bei ruhendem Spiegel verschoben. Anhand dieser Verschiebung a, welche von

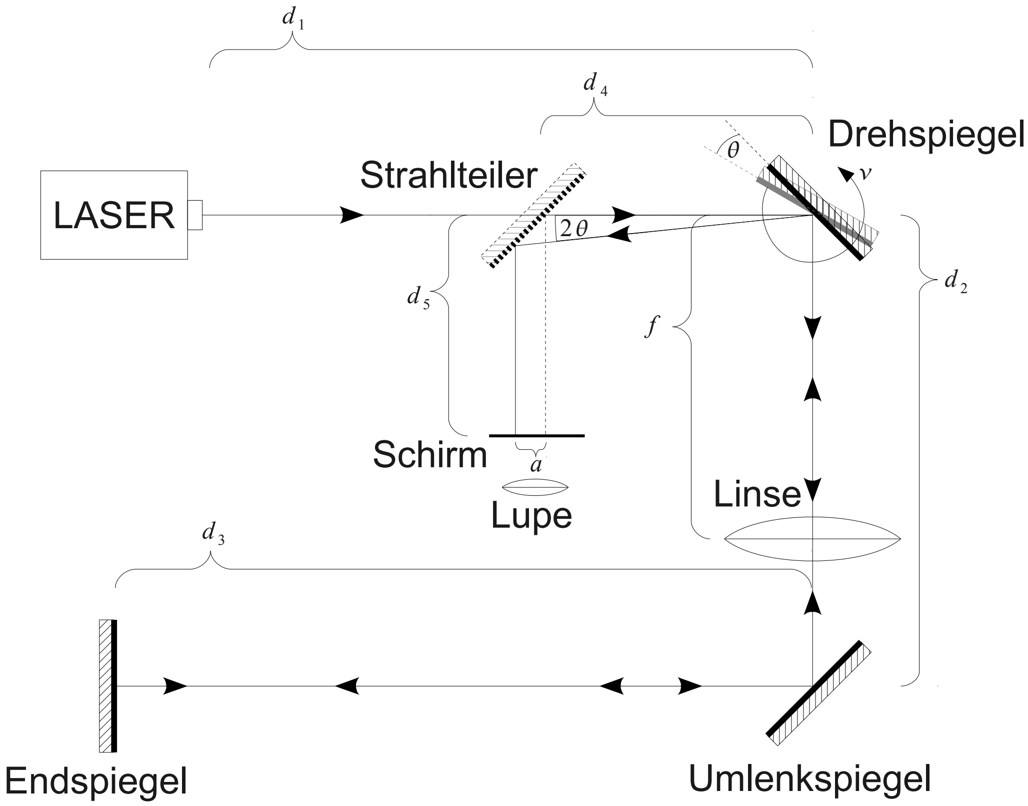

Abbildung 1: Aufbau der Messapparatur

der Drehfrequenz ν des Drehspiegels abhängt, lässt sich die Lichtgeschwindigkeit bestimmen.

Größen der Entfernungen

- Der Abstand der Linse vom Drehspiegel entspricht, wie bereits beschrieben, genau dessen Brennweite $f = 5$ m, um die einfallenden Strahlen zu bündeln und die reflektierten Strahlen auf den Drehspiegel zu fokussieren.
- Damit am Endspiegel auch ein scharfes Bild reflektiert wird, muss die Linsengleichung erfüllt sein:
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g}$$
Mit der Gesamtstrecke vor der Linse als Gegenstandsweite $g = d_1 + f$ und der Strecke Linse–Endspiegel als Bildweite $b = d_2 + d_3 - f$ folgt für den Abstand d_1 Laser–Drehspiegel:
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_2 + d_3 - f} + \frac{1}{d_1 + f} \qquad \Rightarrow d_1 = \frac{f^2}{d_2 + d_3 - 2f} = 6{,}58 \text{ m}$$

- Da die Gesamtstrecke Laser–Drehspiegel gleich lang wie die Strecke Drehspiegel–Maßstab sein soll, muss für d_4 und d_5 erfüllt sein:

$$d_4 + d_5 = d_1 = 6{,}58 \text{ m}$$

  Der Abstand Laser–Strahlteiler muss also gleich dem Abstand Strahlteiler–Maßstab sein.
- Wie bereits beschrieben muss die Lupe den Abstand ihrer Brennweite $f_L = 10$ cm vom Maßstab haben, damit dieser in der Brennebene der Lupe liegt.

Auswertung

In der Zeit Δt, in dem der Laserstrahl die Strecke Drehspiegel–Endspiegel hin und zurück durchläuft, hat dieser sich um den Winkel θ weiter gedreht:

$$c = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta s}{c} = 2\frac{d_2 + d_3}{c} \tag{1}$$

$$\theta = \Delta t \cdot \omega = \Delta t \cdot 2\pi\nu = 2\frac{d_2 + d_3}{c} \cdot 2\pi\nu \tag{2}$$

Somit fällt das Licht in einem Winkel von 2θ (zum Strahl vom Laser gemessen) aus. Für die Abweichung a auf dem Maßstab folgt somit:

$$\tan(2\theta) = \frac{a}{d_4 + d_5} = \frac{a}{d_1} \quad \Rightarrow a = d_1 \tan(2\theta) \tag{3}$$

Durch Gleichsetzen der Gleichungen 2 und 3 folgt für die Lichtgeschwindigkeit c:

$$\theta = \frac{1}{2}\arctan\left(\frac{a}{d_1}\right) = 2\frac{d_2 + d_3}{c} \cdot 2\pi\nu \quad \Rightarrow c = 8\pi\nu\frac{d_2 + d_3}{\arctan\left(\frac{a}{d_1}\right)} \tag{4}$$

Abschätzung des Effektes

Mit $c = 3 \cdot 10^8 \ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ und $\nu = 440$ Hz gilt nach Gleichung 2 für θ:

$$\theta = 2\frac{d_2 + d_3}{c} \cdot 2\pi\nu \approx 2{,}54 \cdot 10^{-4}$$

Somit folgt für die Ablenkung a nach Gleichung 3:

$$a = d_1 \tan(2\theta) \approx 3{,}3 \text{ mm}$$

Da die hier auftretenden Winkel sehr klein sind, ist eine Kleinwinkelnäherung möglich. Somit gilt für die Lichtgeschwindigkeit c:

$$\boxed{c = 8\pi\nu d_1 \frac{d_2 + d_3}{a}} \tag{5}$$

1.2 Justierung der Apparatur und Messung

Justierung der Apparatur

Es wird justiert und eingestellt:

i) Die Position des Lasers im Abstand $d_1 = 6{,}58$ m zum Drehspiegel.

ii) Die Ausrichtung des Lasers, damit der Strahl horizontal die Mitte des Drehspiegels trifft (und auch wieder horizontal verlässt).

iii) Der Winkel des Drehspiegels, damit der Strahl (zur weiteren Justierung) auf die Mitte des Umlenkspiegels trifft.

iv) Die Position der Linse im Abstand von $f = 5$ m vom Drehspiegel, sowie deren Orientierung (Optische Achse deckungsgleich mit aktuellem Laserstrahl).

v) Die Ausrichtung des Umlenkspiegels, so dass der Strahl auf die Mitte des Endspiegels trifft.

vi) Die Ausrichtung des Endspiegels, so dass der Strahl in sich reflektiert wird und die Laseraustrittsöffnung trifft.

vii) Der Ort des Schirmes, sodass $d_4 + d_5 = d_1 = 6{,}58$ m.

viii) Der Ort der Lupe, $f_L = 10$ cm vor dem Schirm.

ix) Der Ort des Phototransistors in der Nähe des Drehspiegels, sodass der gespiegelte Strahl dort einfallen kann.

Messung

Es wird die Ablenkung a bei bekannter Frequenz ν des Drehspiegels bestimmt und daraus die Lichtgeschwindigkeit c errechnet.

Zum Einstellen der Frequenz auf 440 Hz wird eine Stimmgabel verwendet. Wenn die Schwebung zwischen dem Stimmgabelton und dem Motorengeräusch verschwindet, schwingen beide mit der gleichen Frequenz $\nu = 440$ Hz.

2 Phasenvergleichsmethode

Bei der Phasenvergleichsmethode wird die Phasenverschiebung eines modulierten Lichtsignales gemessen und mit der zurückgelegten Strecke auf die Phasengeschwindigkeit des Lichts geschlossen.

2.1 Vorbereitung

Es ist $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$, wobei hier Δt ein Zehntel der Periodendauer T sein soll. Somit gilt bei einem Laufweg von 1 m:

$$c = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{1\ \mathrm{m}}{\frac{1}{10}T} = 3 \cdot 10^8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 1\ \mathrm{m} \cdot 10f \Rightarrow f = 30\ \mathrm{MHz}$$

Soll diese Phasenverschiebung mit einem Oszilloskop als 5 mm-Verschiebung dargestellt werden, so ist eine Ablenkgeschwindigkeit von $v = 10 \cdot 30\ \mathrm{MHz} \cdot 0{,}5\ \mathrm{cm} = 150\ \frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{\mu s}}$ erforderlich. Dies ist allerdings für herkömmliche Oszilloskope (bis ca. $10\ \frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{\mu s}}$) zu schnell.

Daher wird das hochfrequente Signal $a \cdot \cos(\omega t + \varphi)$ mit einem Hilfssignal $A \cdot \cos(\Omega t)$ multiplikativ gemischt:

$$\begin{aligned} a \cdot \cos(\omega t + \varphi) \cdot A \cdot \cos(\Omega t) &= \frac{1}{2} aA \cdot (\cos(\omega t + \varphi - \Omega t) + \cos(\omega t + \varphi + \Omega t)) \\ &= \frac{aA}{2} (\cos((\omega - \Omega)t + \varphi) + \cos((\omega + \Omega)t + \varphi)) \qquad (6) \end{aligned}$$

Dieses resultierende Signal weist also immernoch eine Phasenverschiebung von φ auf. Der hochfrequente Anteil $\omega + \Omega$ wird über einen Tiefpass herausgefiltert.

Die Signale der Leuchtdiode und der Photodiode werden auf diese Weise aufbereitet und im Oszilloskop dargestellt. Die Phasenverschiebung bleibt erhalten, allerdings muss die Zeitdifferenz t' noch umgerechnet werden. Für diese gilt:

$$t' = \frac{\varphi}{\omega - \Omega} \Rightarrow \frac{t'}{t} = \frac{\frac{\varphi}{\omega - \Omega}}{\frac{\varphi}{\omega}} = \frac{\omega}{\omega - \Omega} = \frac{2\pi \cdot 60\ \mathrm{MHz}}{2\pi \cdot 60\ \mathrm{MHz} - 2\pi \cdot 59{,}9\ \mathrm{MHz}} = 600$$

Somit ergibt sich eine Zeitdehnung um den Faktor 600, weshalb sich die Zeitdifferenz t' auch an herkömmlichen Oszilloskopen ablesen lässt. Daher muss die abgelesene Zeitdifferenz t' noch durch diesen Faktor geteilt werden, um die tatsächliche Zeitdifferenz t zu erhalten.

2.2 Justierung der Apparatur und Eichung

Die Apparatur wird mittels Justierung des Lichtsenders und Empfängers sorgfältig eingestellt, sodass auf dem Oszilloskop eine Maximierung der Spannungsamplitude zu beobachten ist.

Die um den Faktor 10 verringerte Frequenz ω des Lichtsenders (an der nicht grünberingten Buchse) sowie die Differenzfrequenz $\omega - \Omega$ wird mittels des Frequenzmessers bestimmt.

Mit der Frequenz $f = \frac{1}{T}$ wird die Skalierung des Oszilloskops geeicht, indem die Strecke l auf dem Oszilloskop bestimmt wird, die n Perioden der Periodendauer T entspricht.

2.3 Messung

2.3.1 Lichtgeschwindigkeit in Luft

Es wird die Phasenverschiebung zwischen Sender- und Empfängersignal in Abhängigkeit der Änderung des Sender–Empfänger-Abstandes bestimmt. Daraus wird, unter Berücksichtigung des Zeitdehnungsfaktors, die Lichtgeschwindigkeit für Luft errechnet:

$$c = \frac{\Delta s}{\Delta t'} = \boxed{\frac{\Delta s}{\Delta t}\frac{\omega}{\omega - \Omega} = c_{\mathrm{Luft}}}$$

2.3.2 Brechzahl von Wasser

Messung wie in Aufgabe 2.3.1, nur dass $d = 1$ m des Lichtweges Δs im Wasser verläuft. Mit Vergleich der hier gewonnenen Lichtgeschwindigkeit mit der aus Aufgabe 2.3.1 gewonnen Lichtgeschwindigkeit lässt sich über die Laufzeit Δt die Brechzahl von Wasser bestimmen:

$$\Delta t = \frac{\Delta s - d}{c_{\mathrm{Luft}}} + \frac{d}{c_{\mathrm{Wasser}}} \Rightarrow c_{\mathrm{Wasser}} = \frac{d c_{\mathrm{Luft}}}{\Delta t c_{\mathrm{Luft}} - \Delta s - d}$$

$$n = \frac{c_{\mathrm{Luft}}}{c_{\mathrm{Wasser}}} = \boxed{n = \frac{\Delta t c_{\mathrm{Luft}} - \Delta s}{d} + 1}$$

Wobei $t = \frac{\omega - \Omega}{\omega} t'$ zu beachten ist.

2.3.3 Brechzahl von Plexiglas

Messung wie in Aufgabe 2.3.1, nur dass eine bekannte Strecke d des Lichtweges im Plexiglas verläuft. Berechnung wie in Aufgabe 2.3.2.

2.3.4 Lichtgeschwindigkeit mit Lissajous-Figuren

Die Lissajous-Figur zweier Schwingungen gleicher Frequenz f mit einer Phasenverschiebung von einem ganzzahligen Vielfachen m von π entspricht einer Geraden. Dazu wird das Oszilloskop auf X-Y-Betrieb geschaltet und die Entfernung Δs zwischen zwei Positionen bestimmt, an denen eine $m \cdot \pi$-Phasenverschiebung auftritt. Dann gilt:

$$\Delta s = m \cdot \frac{\lambda}{2} = \frac{c}{2f} \Rightarrow \boxed{c = \frac{2f\Delta s}{m}}$$

2.3.5 Brechzahl mit Lissajous-Figuren

Der Lichtweg wird so eingestellt, dass eine $m \cdot \pi$-Phasenverschiebung auftritt. Dann wird ein Medium der Länge d in den Lichtweg gebracht. Da das Licht in diesem Medium langsamer ist, ist dort auch die Wellenlänge geringer, weshalb im Medium mehr Wellen vorliegen. Nun muss der Abstand Sender–Empfänger um Δs soweit verkleinert werden, dass wieder die selbe Phasenverschiebung auftritt.

Somit befinden sich ohne Medium im Abstand d genau $n_0 = \frac{d}{\lambda}$ Wellen. Mit Medium sind dies $n_1 = \frac{d}{\lambda'}$ Wellen. Durch verkleinern des Abstandes um Δs wurden $n_2 = \frac{\Delta s}{\lambda}$ Wellen weggenommen. Die Anzahl der Wellen n_0 muss gleich der Anzahl $n_1 - n_2$ sein, da hier die gleiche Phasenverschiebung vorliegt:

$$n_0 = n_1 - n_2 = \frac{d}{\lambda} = \frac{d}{\lambda'} - \frac{\Delta s}{\lambda}$$

Mit der Brechzahl

$$n = \frac{c_{\text{Luft}}}{c_{\text{Medium}}} = \frac{\lambda}{\lambda'} \Rightarrow \lambda' = \frac{\lambda}{n}$$

folgt:

$$\frac{d}{\lambda} = \frac{d}{\lambda'} - \frac{\Delta s}{\lambda} = \frac{d \cdot n}{\lambda} - \frac{\Delta s}{\lambda} = \frac{d}{\lambda} \Rightarrow dn - \Delta s = d \Rightarrow \boxed{n = \frac{\Delta s}{d} + 1}$$