

Praktikum Klassische Physik I

Versuchsauswertung: P1-12,22: Resonanz

Christian Buntin
Jingfan Ye

Gruppe Mo-11

Karlsruhe, 14. Dezember 2009

christian.buntin@student.kit.edu
JingfanYe@web.de

Inhaltsverzeichnis

1	Drehpendel mit freien Schwingungen	2
2	Drehpendel mit freien gedämpften Schwingungen	6
3	Messung der Winkelrichtgröße D^*	10
4	Drehpendel mit erzwungenen Schwingungen	10
5	Serienschwingkreis mit erzwungenen Schwingungen	13

1 Drehpendel mit freien Schwingungen

Als Oszillator benutzten wir ein Pohlsches Rad. Dieses bestand aus einem dünnen Metallzylinder mit Innenradius $r_i = 7,5$ cm und Außenradius $r_a = 9,5$ cm. Die Dicke/Höhe dieses Hohlzylinders betrug $d = 0,2$ cm. Das Rad war mit dünnen Metallspeichen auf seiner Symmetrieachse befestigt. Dort befand sich dazu noch eine Schneckenfeder, welche ein lineares rückstellendes Drehmoment erzeugen kann.

Auf der Schale des Hohlzylinders war eine dünne Rille angebracht, an dem an einem Punkt eine Schnur befestigt war. Diese Schnur umwickelte an der Rille einen Teil des Rades und verließ das Rad auf der linken Seite senkrecht nach oben, bis es zu einer Umlenkrolle wieder nach unten geführt wurde. Am Ende der Schnur hing ein kleiner Metallklotz, welcher die Schnur spannen sollte. Um die Umlenkrolle war ein Messgerät befestigt, welches die Schnurlänge maß, die infolge der Oszillation die Rolle passierte. Die Messdaten wurden direkt an Cassy weitergeleitet. Diese Länge entsprach genau der zurückgelegten Strecke der Außenschale des Pohlschen Rades, da die Schnur sich dort immer wieder auf- und abgewickelt hat. Mit der einfachen Formel kann man dann aus dem zurückgelegten Weg s , den Außenradius r_a auf den Auslenkungswinkel φ schließen:

$$s = r_a \cdot \varphi \Leftrightarrow \varphi = \frac{s}{r_a} \quad (1)$$

Da natürlich der Klotz eine kleine Masse und folglich auch eine Gewichtskraft besitzt, welcher in ein konstantes Drehmoment auf das Pohlsche Rad übertragen wird, verschiebt sich die Ausgangsposition des Rades leicht. Wir mussten also die Ausgangslage auf Cassy „tarieren“.

In dieser Aufgabe sollten die zeitlichen Abhängigkeiten folgender Größen bestimmt werden:

- a) Phasenwinkel φ
- b) Winkelgeschwindigkeit ω
- c) kinetische Energie $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}\Theta\omega^2$

Cassy misst aus dem zurückgelegten Weg der Schnur s den Phasenwinkel φ . Jedoch kann Cassy auch ableiten, sodass die Winkelgeschwindigkeit $\omega = \dot{\varphi}$ ebenfalls sofort bestimmt werden kann. Für die kinetische Energie wurde die konstante Größe Θ noch eingegeben, die laut Abschätzung in der Vorbereitung $\Theta = 1,40 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ beträgt. Dieser Wert ist nur eine Abschätzung, da für ihre Berechnung nur ein Hohlzylinder angenommen wurde. Die Speichen wurden also nicht berücksichtigt.

Zusätzlich soll die Periodendauer dieser Schwingung bestimmt werden. Dazu können wir zuerst die Frequenz bestimmen, der Kehrwert ist dann die Periodendauer. Die Frequenz kann ganz leicht durch die Fouriertransformation der Weg-Zeit-Funktion bestimmt werden, welche Cassy automatisch ausführen kann. Statt also aus dem zurückgelegten Weg den Phasenwinkel auszurechnen, wird sie fouriertransformiert. Als Ergebnis wird ein Graph mit der Amplitude gegen die Schwingungsfrequenz aufgetragen angezeigt.

Man kann also alle benötigten Größen mit Hilfe der Weg-Zeit-Messung bestimmen. Die Phasenraumdarstellung ist lediglich eine Auftragung anderer Messgrößen - ω gegen φ . Alle benötigten Größen und Auftragungen gaben wir in Cassy ein und begannen mit der Messung, indem wir ganz einfach das Rad ausgelenkten.

Im folgenden sind die verlangten Graphen aufgetragen. Bei der Fouriertransformation erkennt man eindeutig einen Peak bei $f = 0,547$ Hz. Die Periodendauer dieses Schwingvorgangs beträgt also:

$$T = 1,828 \text{ s}$$

Da unser Pendel kein ideales ist, existiert eine kleine Reibung. An der Auftragung φ gegen die Zeit t (Abbildung 2) kann man dies am deutlichsten erkennen. Die Auslenkung nimmt mit der Zeit immer weiter ab. Hier kann man das Modell der schwachen Dämpfung annehmen, bei der die Amplitude exponentiell abnimmt. Mit Cassy erzeugten wir eine Einhüllende $f(t)$ nach der Gleichung:

$$f(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{B}} + C$$

Für diese Messung gab Cassy für diese Parameter aus: $A = 1,2$, $B = 51,9$ s und $C = 0$.

In der Form aus der Vorbereitung lautet die Funktion also:

$$f(t) = A \cdot e^{-\beta t} \quad \text{mit } \beta = \frac{1}{B} = 0,019 \frac{1}{s} \quad (2)$$

Am Graphen (Abbildung 1) erkennt man aber sehr gut, dass die Auslenkung nicht exponentiell, sondern linear abklingt. Dies rührt daher, dass sich die vorhandenen Reibungskräfte nicht proportional zur Geschwindigkeit verhalten. Vielmehr sind sie konstant. Es handelt sich hier nämlich um Gleit- und Rollreibung, vor allem an Aufhängung und Umlenkrolle, die nur von einem konstanten Reibungskoeffizienten und der Normalkraft auf ihr abhängen. Lediglich die Luftreibung hat eine geschwindigkeitsabhängige Reibung, die jedoch bei diesen Geschwindigkeiten vernachlässigbar ist.

Da nach der Versuchsanweisung aber eine exponentielle Hülle mit einem Reibungskoeffizienten $\beta(0)$ verlangt ist, ließen wir Cassy auch eine solche Hülle legen (Abbildung 2). Diese Näherung ist zwar nicht so schön, doch für den nächsten Versuchsteil ist dies eine einfache Näherung.

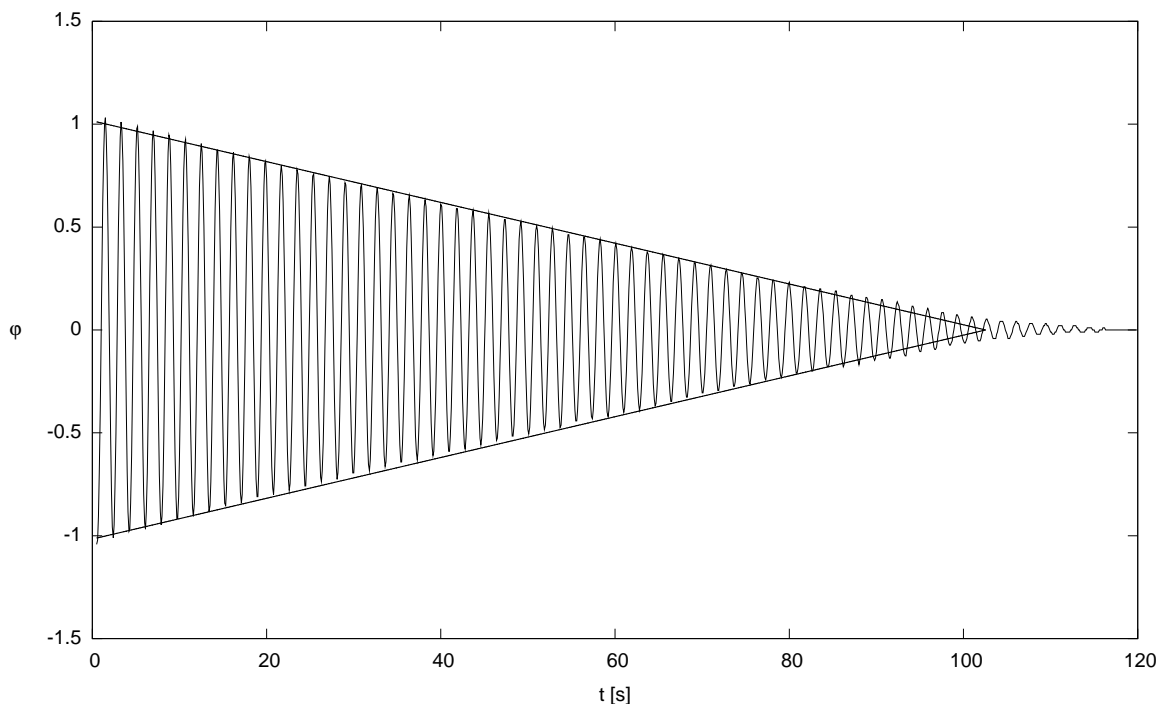


Abbildung 1: Winkel-Zeit-Diagramm mit genäherter linearen Einhüllenden

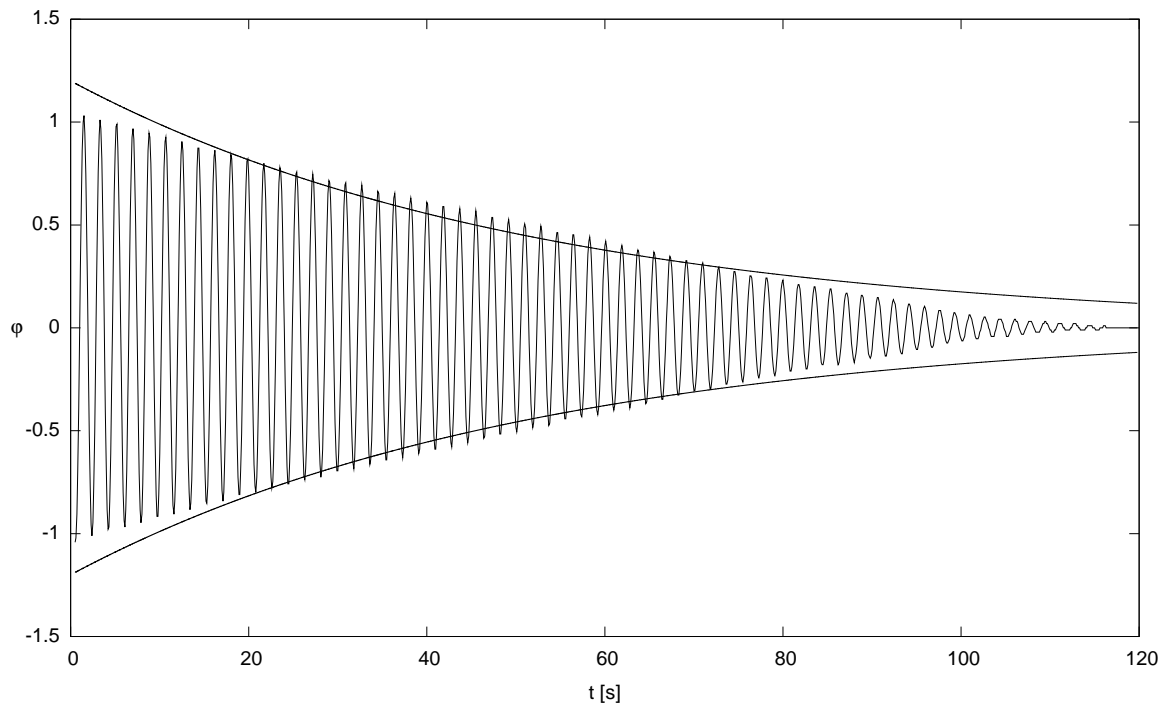


Abbildung 2: Winkel-Zeit-Diagramm mit genäherter Einhüllenden
 Einhüllende: $A \cdot e^{-\frac{t}{B}}$
 mit $A = 1,2$ und $B = 51,9$ s

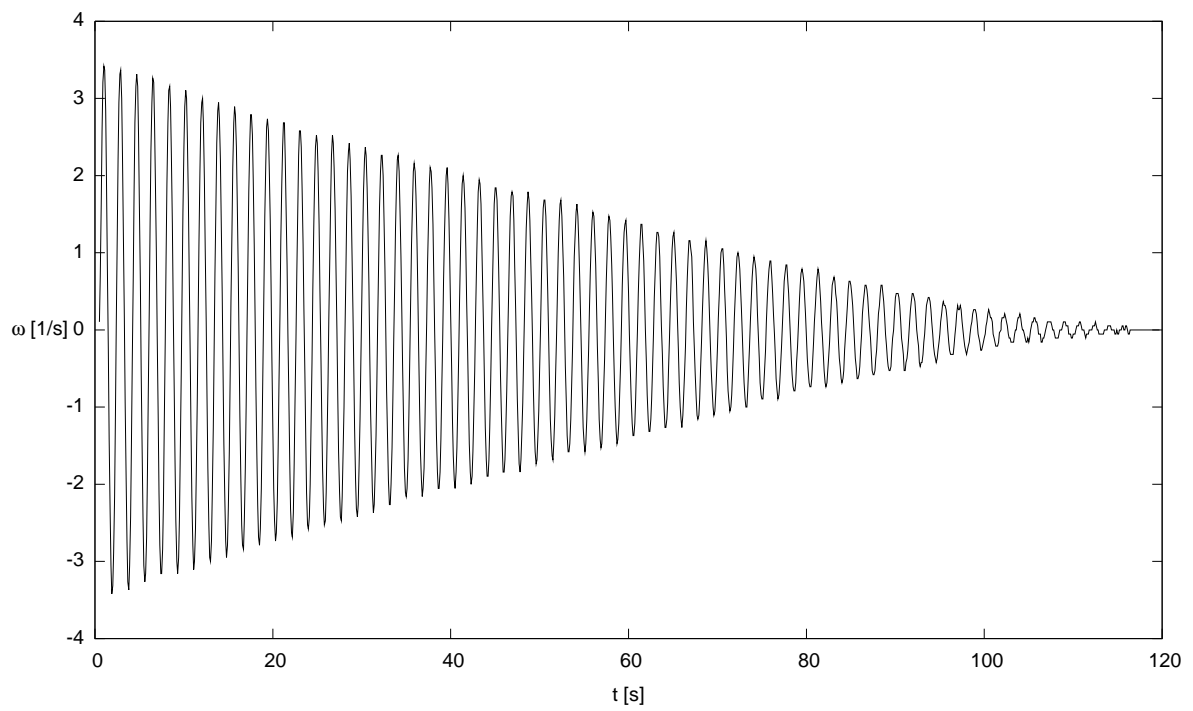


Abbildung 3: Winkelgeschwindigkeits-Zeit-Diagramm

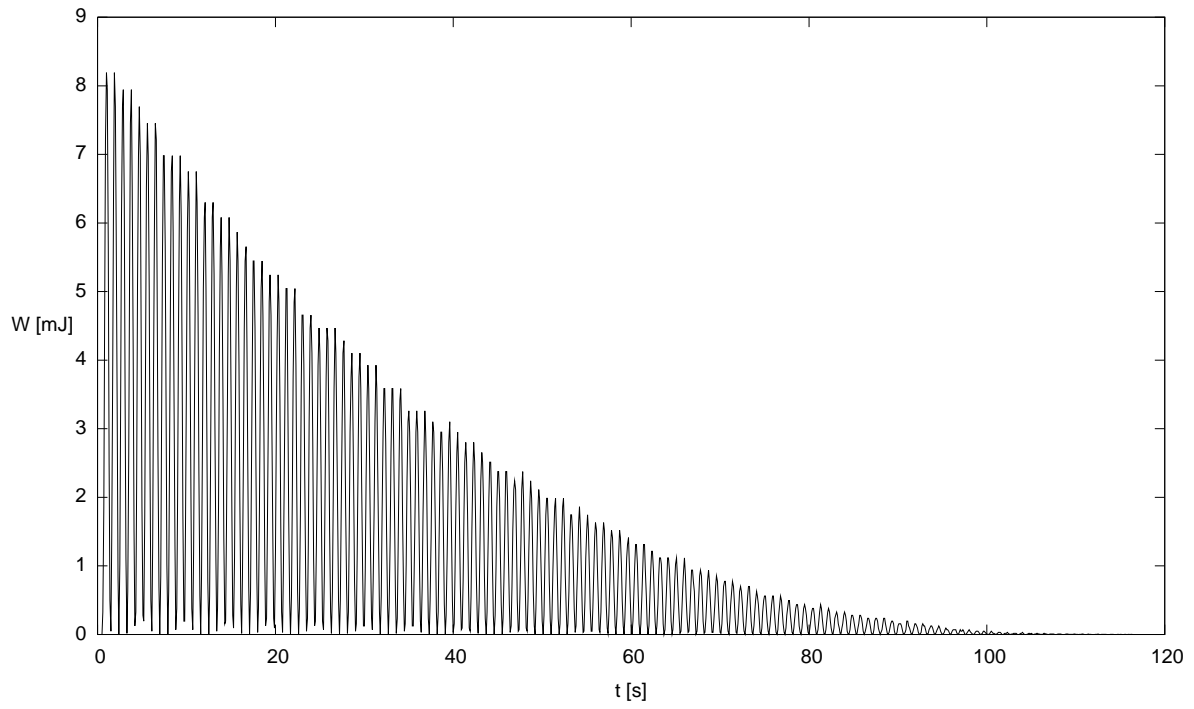


Abbildung 4: Energie-Zeit-Diagramm

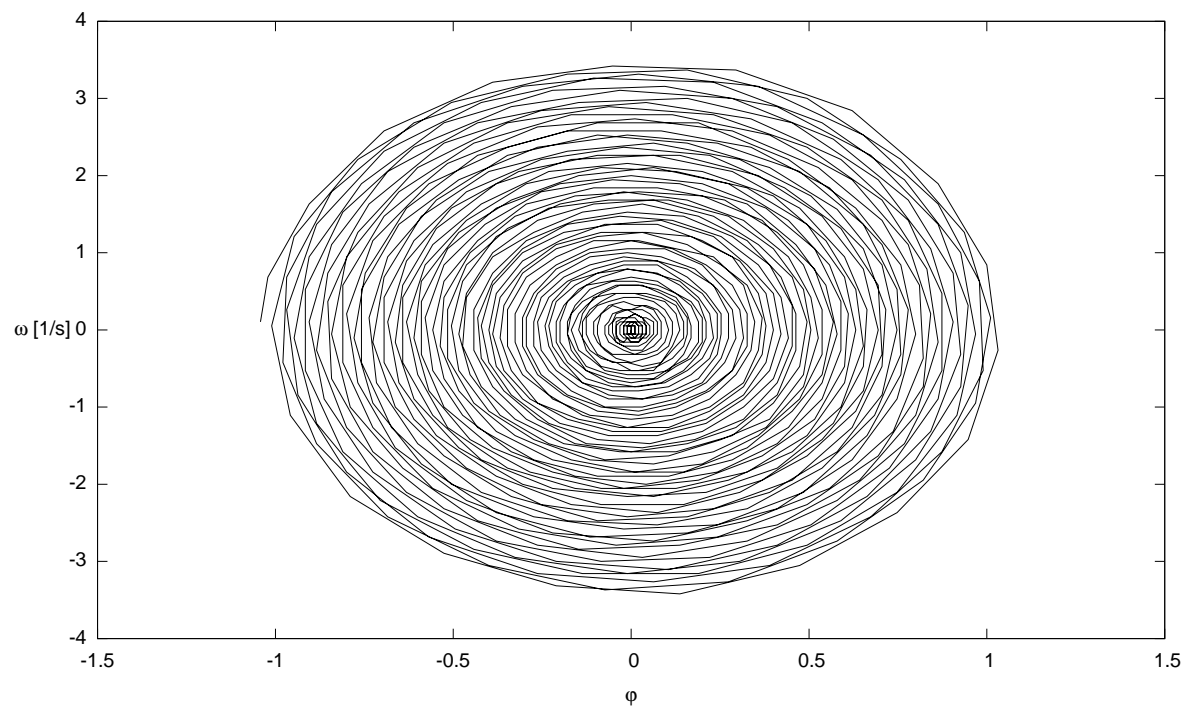


Abbildung 5: Phasenraum-Diagramm

2 Drehpendel mit freien gedämpften Schwingungen

An unserer Versuchsapparatur war noch eine Wirbelstrombremse am Pohlschen Rad angebracht, die wir in Versuchsteil 1 nicht benötigt haben. In diesem Versuch wollen wir uns gedämpfte Schwingungen anschauen. Dazu wird ein Strom durch die Wirbelstrombremse - einem Spulenpaar, zwischen denen das Pohlsche Rad schwingen muss - geschickt. Die Spulen erzeugen ein Magnetfeld, durch das das Rad schwingt. Durch Induktion wird nun eine Spannung und damit auch ein Wirbelstrom im Pohlschen Rad erzeugt, welcher nach dem Induktionsgesetz proportional zur Geschwindigkeit ist, mit der das Pohlsche Rad durch das Magnetfeld schwingt. Der Wirbelstrom wird durch den elektrischen Widerstand des Metalls in Wärme umgewandelt und dissoziiert. Insgesamt sieht man also, dass die Wirbelstrombremse eine Reibung proportional zur Rotationsgeschwindigkeit des Rades erzeugt. Nach dem Induktionsgesetz ist diese Reibung ebenfalls proportional zum Magnetfeld und damit zur Stromstärke der Spulen.

Wir stellten nun drei verschiedene Stromstärken 100 mA, 200 mA und 400 mA an der Wirbelstrombremse ein und maßen wieder die Auslenkung in Abhängigkeit der Zeit. Die Fouriertransformation soll dann die Frequenz liefern. Der Vorfaktor A ist uninteressant, da sie nur die anfängliche Amplitude angibt. Da bei unsere Dämpfung nur lineare Differentialgleichungen vorkommen, ist die Dämpfung unabhängig vom Anfangszustand. (Wie die Halbwertszeit beim radioaktiven Zerfall unabhängig von der anfänglichen Menge ist)

Die Messergebnisse sind in den Abbildungen 7, 8, 9 und 10 (ab Seite 8) zu sehen. In den Untertiteln sind auch die Frequenz f , der Dämpfungskoeffizient β und die Güte Q angegeben. Zur Berechnung der Güte verwenden wir die in der Vorbereitung hergeleiteten Formeln. Dabei wurde die kompliziertere Formel vor der Reihenentwicklung genommen. Vor allem für größere β war der natürliche Exponent nicht mehr klein genug für eine sinnvolle Reihenentwicklung, sodass bei der Näherung bei 700 mA in der Wirbelstrombremse ein nur halb so großer Wert als bei der exakten Lösung herauskam.

Wir sehen sehr schön, dass bei höheren Stromstärken, also größerem β , die exponentielle Hülle besser an den Kurven anliegen. Das liegt daran, dass bei höheren Stromstärken die Wirbelstromreibung dominant wird und die Gleit- und Rollreibung vernachlässigt werden kann. Weiterhin kann man aber auch schön sehen, dass gegen Ende, wenn die Schwingungen schon fast abgeklungen sind und die exponentiell angenäherte Reibung ganz klein wird, die konstante Reibung wieder die Oberhand gewinnt und die Schwingung vorzeitig zum Erliegen bringt.

Zwar erkannten wir, dass die Dämpfung ohne Benutzung der Wirbelstrombremse aus Versuchsteil 1 am besten durch einen linearen Vorfaktor beschrieben werden kann, doch zur Vereinfachung der Rechnung, und wie auch die Versuchsanweisung vorgibt, benutzen wir zur weiteren Berechnung die Näherung durch einen exponentiellen Reibungskoeffizienten. Dieser beträgt wie aus Versuchsteil 1 bekannt: $\beta(0) = 0,019 \frac{1}{s}$. Mit diesem Wert und $\beta_{\text{kor}}(I_B) = \beta(I_B) - \beta(0)$ berechnen wir den Reibungskoeffizienten β_{kor} , der durch die Wirbelstrombremse verursacht wird:

I_B in mA	$\beta(I_B)$ in $\frac{1}{s}$	$\beta_{\text{kor}}(I_B)$ in $\frac{1}{s}$
100	0,031	0,012
200	0,067	0,048
400	0,179	0,160
700	0,500	0,481

Tabelle 1: Reibungskoeffizienten β_{kor} verursacht durch die Wirbelstrombremse

Eine graphische Auftragung ist in Abbildung 6 zu sehen. In der Vorbereitung wurde hergeleitet, dass die Beziehung $\beta_{\text{korr}} \propto I_B^2$ gelten muss. Mit diesen Messdaten erhielten wir die Proportionalitätskonstante $1,118 \frac{1}{\text{A}^2 \cdot \text{s}}$, sodass gilt:

$$\beta_{\text{korr}} \approx 1,118 \frac{1}{\text{A}^2 \cdot \text{s}} I_B^2 \quad (3)$$

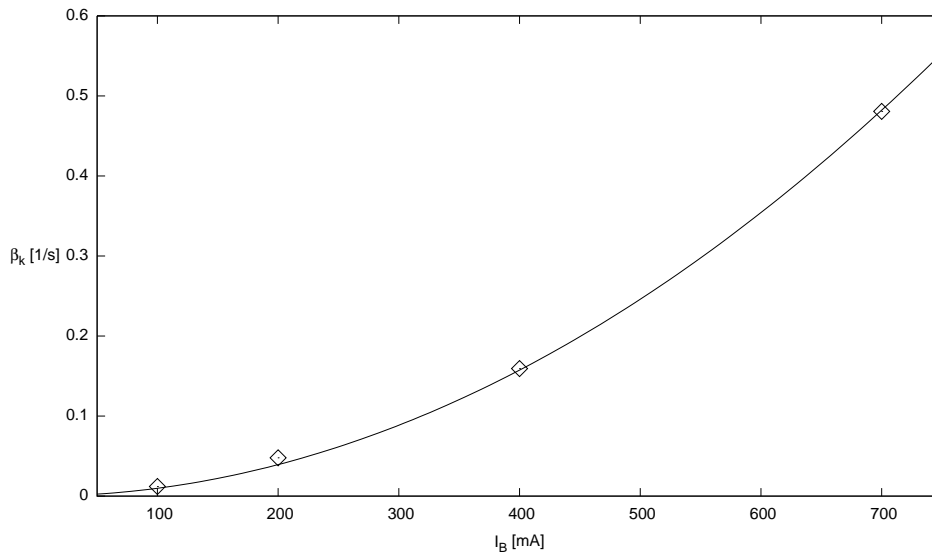


Abbildung 6: Dämpfung β_{korr} in Abhängigkeit vom Strom I_B mit genäherter quadratischer Kurve

Für die kritische Dämpfung muss $\beta = \omega_0 = 2\pi f_0 = 3,437 \frac{1}{\text{s}}$ sein. Abzüglich von $\beta(0)$ muss also $\beta_{\text{korr}} = 3,418 \frac{1}{\text{s}}$ gelten. Durch Extrapolation der Messwerte kommen wir also auf die kritische Stromstärke $I_{B, \text{krit}} = 1,75 \text{ A}$.

Wir stellten diese Stromstärke für kurze Zeit ein, lenkten das Pohlsche Rad aus und ließen Cassy ein Winkel-Zeit-Diagramm zeichnen, welches in Abbildung 11 auf Seite 10 zu sehen sind. Leider sieht man dort noch einen Nulldurchgang, allerdings klingt die Schwingung dennoch sofort ab. Unser rechnerisch ermittelter Wert der Stromstärke für den kritischen Fall liegt somit sehr nahe am tatsächlichen Wert.

Die Frequenz blieb wie erwartet im Rahmen der Messgenauigkeit konstant. Da hier nur schwache Dämpfung vorliegt, ist $\frac{\beta}{\omega_0} \ll 1$, womit die Frequenz $\omega = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{\beta^2}{\omega_0^2}}$ nahezu unabhängig von β wird.

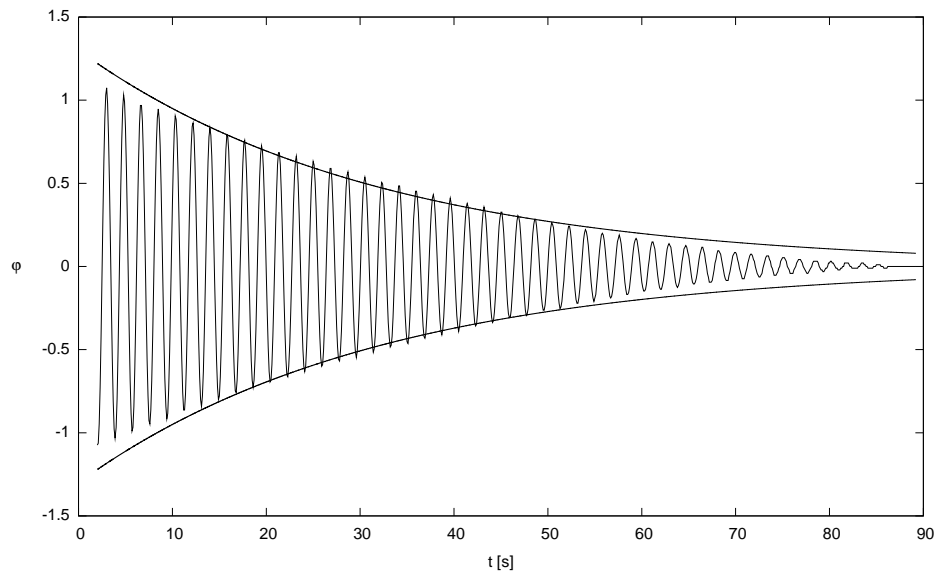


Abbildung 7: Winkel-Zeit-Diagramm mit genäherter Einhüllenden bei einem Strom $I_B = 100 \text{ mA}$

$$\begin{aligned} \text{Einhüllende: } & A \cdot e^{-\frac{x}{B}} \\ \text{mit } A = 1,3 \text{ und } B = 31,9 \text{ s} & \Leftrightarrow \beta = 0,031 \frac{1}{\text{s}} \\ \text{Frequenz: } & 0,548 \text{ Hz} \\ \text{Güte: } Q = & \frac{2\pi}{1 - e^{-\frac{2\beta}{f}}} = 58,12 \end{aligned}$$

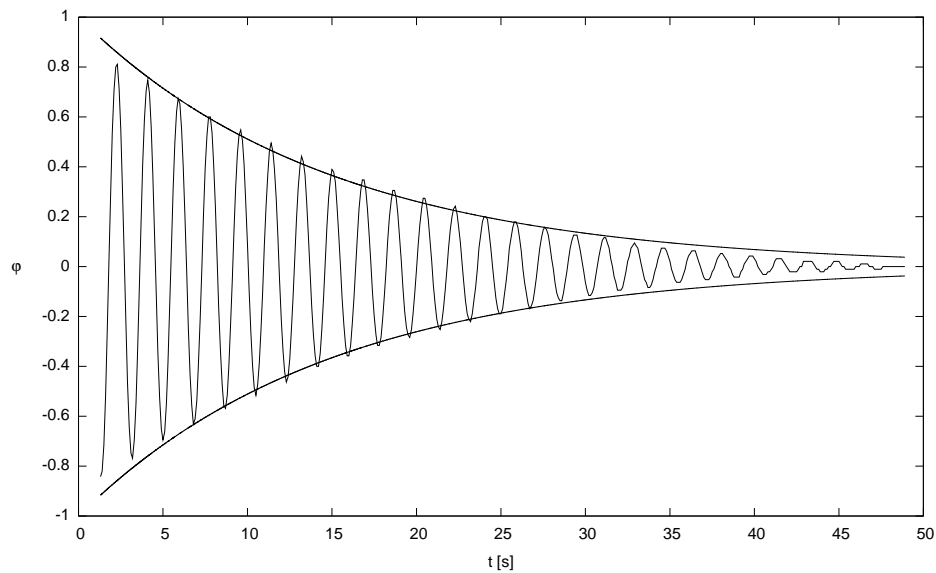


Abbildung 8: Winkel-Zeit-Diagramm mit genäherter Einhüllenden bei einem Strom $I_B = 200 \text{ mA}$

$$\begin{aligned} \text{Einhüllende: } & A \cdot e^{-\frac{x}{B}} \\ \text{mit } A = 1,0 \text{ und } B = 14,9 \text{ s} & \Leftrightarrow \beta = 0,067 \frac{1}{\text{s}} \\ \text{Frequenz: } & 0,549 \text{ Hz} \\ \text{Güte: } Q = & \frac{2\pi}{1 - e^{-\frac{2\beta}{f}}} = 28,97 \end{aligned}$$

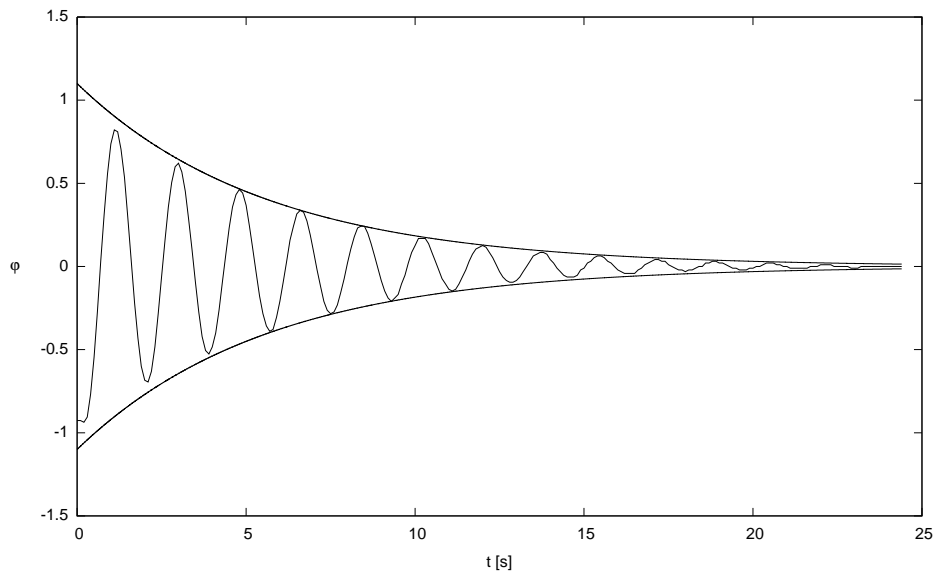


Abbildung 9: Winkel-Zeit-Diagramm mit genäherter Einhüllenden bei einem Strom $I_B = 400 \text{ mA}$

$$\begin{aligned} \text{Einhüllende: } & A \cdot e^{-\frac{x}{B}} \\ \text{mit } A = 1,1 \text{ und } B = 5,6 \text{ s} & \Leftrightarrow \beta = 0,179 \frac{1}{\text{s}} \\ \text{Frequenz: } & 0,551 \text{ Hz} \\ \text{Güte: } Q = & \frac{2\pi}{1 - e^{-\frac{2\beta}{f}}} = 13,17 \end{aligned}$$

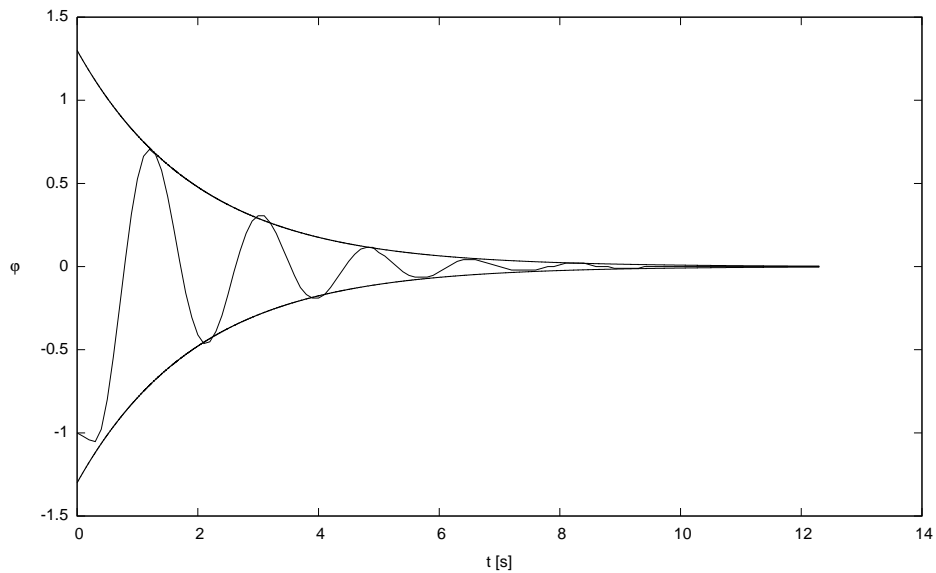


Abbildung 10: Winkel-Zeit-Diagramm mit genäherter Einhüllenden bei einem Strom $I_B = 700 \text{ mA}$

$$\begin{aligned} \text{Einhüllende: } & A \cdot e^{-\frac{x}{B}} \\ \text{mit } A = 1,3 \text{ und } B = 2,0 \text{ s} & \Leftrightarrow \beta = 0,500 \frac{1}{\text{s}} \\ \text{Frequenz: } & 0,556 \text{ Hz} \\ \text{Güte: } Q = & \frac{2\pi}{1 - e^{-\frac{2\beta}{f}}} = 7,53 \end{aligned}$$

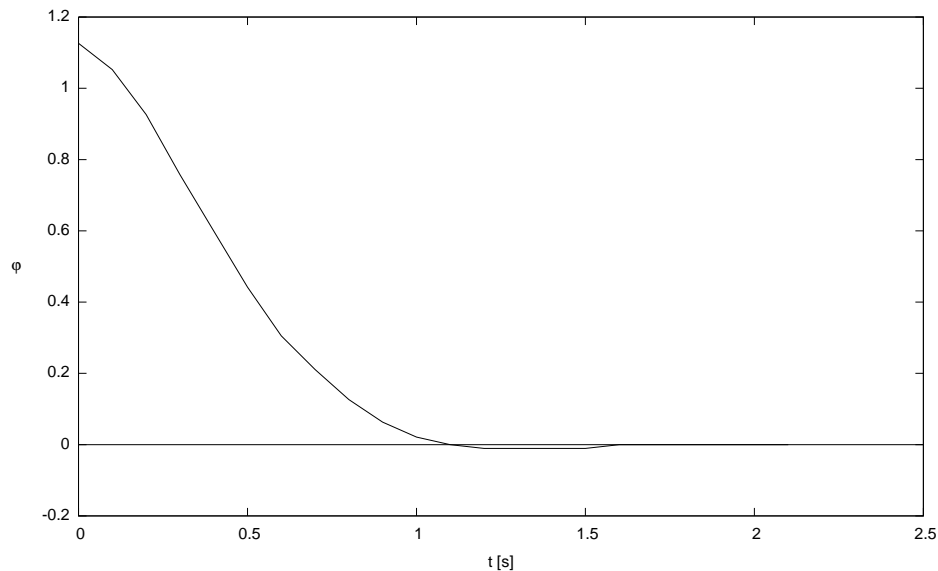


Abbildung 11: Winkel-Zeit-Diagramm nahe am aperiodischen Grenzfall

3 Messung der Winkelrichtgröße D^*

Um die Winkelrichtgröße zu bestimmen, hängten wir ein Massestück an die bereits in Versuchsteil 1 beschriebene Schnur und maßen die zusätzliche Auslenkung des Pohlschen Rades. Mit einem Federkraftmesser bestimmten wir die Gewichtskraft dieses zusätzlichen Massestücks.

Die Gewichtskraft beträgt $F_G = 0,14 \text{ N}$. Die Auslenkung des Pohlschen Rades beträgt $\varphi = 0,7579 \text{ rad}$. Die Winkelrichtgröße D^* beträgt also mit $r_a = 9,5 \text{ cm}$:

$$D^* = \frac{r_a \cdot F}{\varphi} = 0,0175 \frac{\text{Nm}}{\text{rad}} \quad (4)$$

Mit der ebenfalls aus der Vorbereitung hergeleiteten Formel erhalten wir für das Trägheitsmoment Θ des Pohlschen Rades:

$$\Theta = \frac{D \cdot T_0^2}{4\pi^2} = 1,486 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad (5)$$

Dieser Wert ist etwas größer als der in der Vorbereitung abgeschätzte Wert $1,40 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Dies liegt daran, dass in der Abschätzung die Speichen des Pohlschen Rades, die sich ebenfalls drehen, nicht mit berücksichtigt wurden. Wie wir hier aber sehen, kommt die Abschätzung sehr gut an den experimentell bestimmten Wert.

4 Drehpendel mit erzwungenen Schwingungen

In dieser Aufgabe benutzen wir einen äußeren Anreger, der eine Schwingung des Pohlschen Rades erzwingt. Der Erreger bestand aus einem Rad, an dem eine Stange angebracht war, welcher wiederum mit der Aufhängung des Pohlschen Rades verbunden war. Durch die gleichmäßige Drehung des Erregerrades vollführte die Stange eine harmonische Hin- und Zurück-Bewegung,

sodass eine harmonische Schwingung mit Frequenz Ω am Pohlschen Rad angeregt werden konnte.

Bei zwei Stromstärken 200 mA und 400 mA der Wirbelstrombremse verschiedene Frequenzen am Anreger ein und bestimmten mit Cassy nach kurzer Einschwingzeit Amplitude A und Frequenz Ω der Oszillation. In der Nähe der Resonanzfrequenz von $f_0 = 0,547$ Hz wurden mehr Werte aufgenommen. Die Frequenz Ω musste mit Cassy durch Fouriertransformation noch berechnet werden, da man den äußeren Erreger nur durch einen Drehknopf bedienen konnte, der die Frequenz nur sehr ungenau angab.

Die Bewegungsgleichung (Differentialgleichung) und ihre Lösung wurden bereits in der Vorbereitung besprochen. Nach der Einschwingzeit ist der homogene Anteil nahezu verschwunden, sodass wir davon ausgehen können, dass die von Cassy gemessene Frequenz die Oszillatorfrequenz und zugleich auch die des äußeren Erregers ist. Wir starteten die Messung auch erst nach dieser Einschwingzeit.

Wir erhielten folgende Messergebnisse:

Frequenz Ω in Hz	Amplitude in rad	Frequenz Ω in Hz	Amplitude in rad
0,116	0,053	0,137	0,058
0,315	0,069	0,245	0,058
0,490	0,211	0,392	0,046
0,509	0,389	0,512	0,126
0,529	0,748	0,549	0,590
0,548	1,637	0,577	0,406
0,588	0,400	0,627	0,211
0,647	0,167	0,728	0,086
0,824	0,053	0,812	0,058
1,196	0,016	1,157	0,016
		1,627	0,016

Tabelle 2: Amplitude in Abhängigkeit der äußeren Erregerfrequenz bei 200 mA durch die Wirbelstrombremse

Tabelle 3: Amplitude in Abhängigkeit der äußeren Erregerfrequenz bei 400 mA durch die Wirbelstrombremse

Cassy konnte nicht sehr genau messen, wie man an den Messwerten sehr hohen oder sehr niedrigen Frequenzen sehen kann, bei denen teilweise dieselbe Amplitude gemessen wurde.

Die graphische Auftragung dieser Messungen sind in den Abbildungen 12 und 13 zu sehen. In diesen Graphen ist noch die theoretische Kurve eingezeichnet, die mit der ebenfalls in der Vorbereitung erläuterten Formel berechnet wurde:

$$A = \frac{k}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + (2\beta\Omega)^2}}; \quad k = \frac{M_0}{\Theta} \quad (6)$$

Den Wert für β entnehmen wir den Messwerten aus Aufgabe 2. M_0 ist die Amplitude des äußeren Erregers. Um diesen Wert zu bestimmen, drehten wir mit der Hand den bereits erwähnten Rad des Erregers in die Position, mit der sie das Pohlsche Rades bewirkte maximal auslenkte.

Mit Cassy bestimmten wir diese Auslenkung. Sie betrug $\varphi_{\max} = 0,053$ rad. Mit Gleichung 4 kann man nun dieses maximale Drehmoment berechnen:

$$M_0 = D^* \cdot \varphi_{\max} = 9,275 \cdot 10^{-4} \text{ Nm}$$

Für sehr geringe Frequenzen, weit unterhalb der Resonanzfrequenz, wurde fast keine Phasenverschiebung beobachtet. Für höhere Frequenzen wurde diese nicht weiter explizit untersucht, aber uns ist auch keine ungewöhnliche Abweichung von der erwarteten Phasenverschiebung von $\frac{\pi}{2}$ an der Resonanzfrequenz und von π weit oberhalb der Resonanzfrequenz aufgefallen.

Zur Gütebestimmung wurde jeweils durch Interpolation über alle Messwerte die Resonanzfrequenz f_0 bestimmt, sowie die Frequenzbreite Δf an der Stelle, an der die Amplitude gegenüber der Resonanzfrequenzamplitude um $\frac{1}{\sqrt{2}}$ abgefallen ist, ermittelt. Diese wurden auch in die Schaubilder als Geraden eingezeichnet. Die Güte berechnet sich dann über $Q = \frac{f_0}{\Delta f}$.

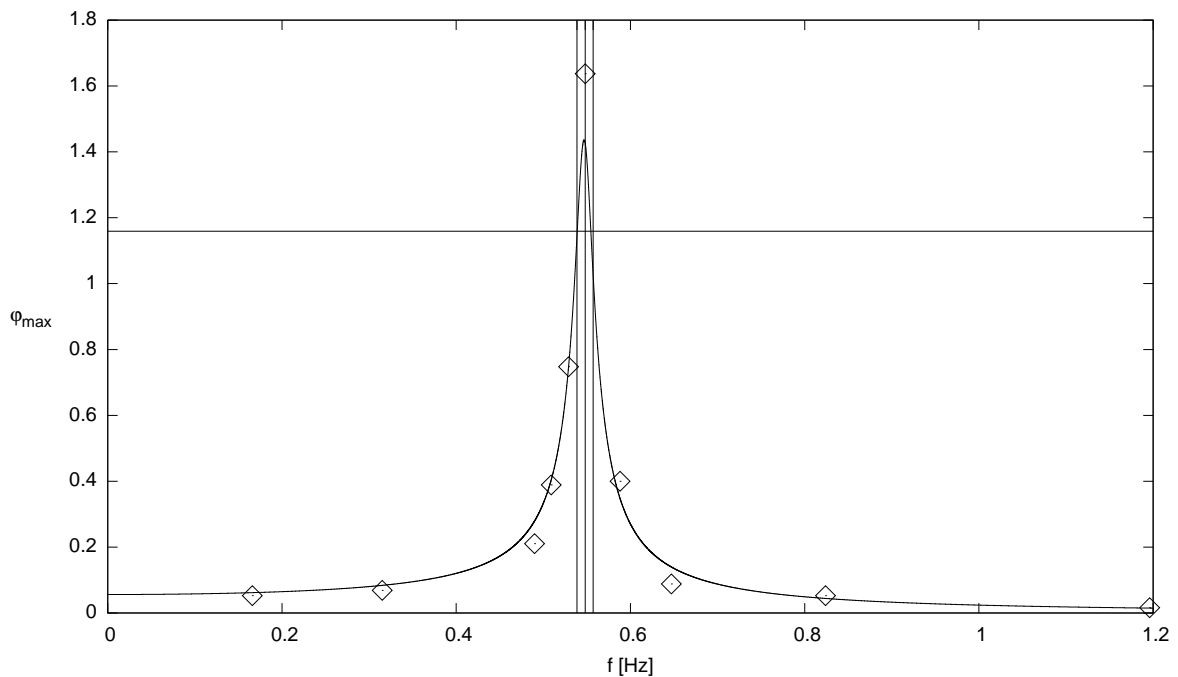


Abbildung 12: Erzwungene Schwingung mit 200 mA-Wirbelstrombremse, mit theoretischer Kurve sowie mit Resonanzfrequenz und Frequenzbreite auf Höhe der $\frac{1}{\sqrt{2}}$ -Amplitude

$$\text{Güte: } Q = \frac{f_0}{\Delta f} = \frac{0,548 \text{ Hz}}{0,019 \text{ Hz}} = 29,57$$

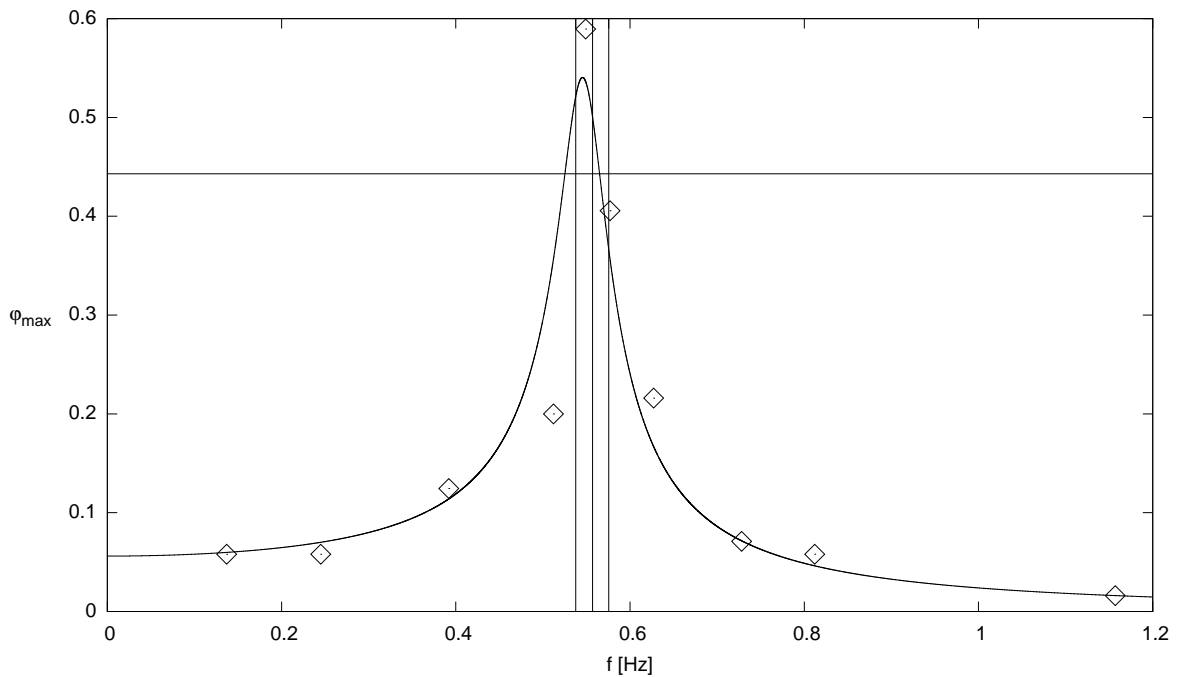


Abbildung 13: Erzwungene Schwingung mit 400 mA-Wirbelstrombremse, mit theoretischer Kurve sowie mit Resonanzfrequenz und Frequenzbreite auf Höhe der $\frac{1}{\sqrt{2}}$ -Amplitude

$$\text{Güte: } Q = \frac{f_0}{\Delta f} = \frac{0,557 \text{ Hz}}{0,038 \text{ Hz}} = 14,70$$

Bei beiden Kurven stimmen die Messwerte in etwa mit der theoretischen Kurve überein. Auch die Güte liegt sehr nahe an den Werten aus Aufgabe 2 (Auf den Seiten 8 und 9).

5 Serienschwingkreis mit erzwungenen Schwingungen

Wir haben Schwingkreise, wie in der Versuchsanweisung beschrieben, aufgebaut und mittels Cassy die Spannungswerte bei verschiedenen Frequenzen f ermitteln lassen. Dabei wurde gleich der Betrag der Impedanz über $Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}$ mit $\omega = 2\pi f$ sowie die Amplitude der Stromstärke über $I = \frac{U_0}{Z}$ berechnet.

In die Schaubilder (ab Seite 16) der Amplituden haben wir zusätzlich die Resonanzfrequenz f_0 und damit die $\frac{1}{\sqrt{2}}I(\omega_0)$ -Amplitude bestimmt. Damit ließ sich die Bandbreite Δf an dieser Stelle durch Interpolation über alle Messpunkte bestimmen, welche wir ebenfalls eingezeichnet haben. Daraus lässt sich die Güte des Schwingkreises ermitteln:

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f}$$

Aus den Schaubildern der Spannungen wurde jeweils das Maximum der Kondensator- und Spulenspannung sowie die mittlere Quellspannung U_0 ermittelt. Die Güte haben wir berechnet, indem wir den Mittelwert der beiden Spannungsmaxima durch die Quellspannung geteilt

haben:

$$Q = \frac{|U_L(\omega_0)| + |U_C(\omega_0)|}{2\bar{U}_0}$$

Schwingkreis mit $R = 0 \Omega$

Resonanzfrequenz:

$$f_0 = 1515,303 \text{ Hz}$$

Frequenzbreite:

$$\Delta f = 63,320 \text{ Hz}$$

Gütefaktor über Frequenzbreite:

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f} = 23,931$$

Gütefaktor über Spannungsüberhöhung:

$$Q = \frac{U_C(\omega_0)}{U_0} = \frac{U_L(\omega_0)}{U_0} = \frac{50,752 \text{ V}}{2,121 \text{ V}} = 23,933$$

Schwingkreis mit $R = 8,2 \Omega$

Resonanzfrequenz:

$$f_0 = 1512,667 \text{ Hz}$$

Frequenzbreite:

$$\Delta f = 91,147 \text{ Hz}$$

Gütefaktor über Frequenzbreite:

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f} = 16,596$$

Gütefaktor über Spannungsüberhöhung:

$$Q = \frac{U_C(\omega_0)}{U_0} = \frac{U_L(\omega_0)}{U_0} = \frac{35,172 \text{ V}}{2,121 \text{ V}} = 16,587$$

Schwingkreis mit $R = 47 \Omega$

Resonanzfrequenz:

$$f_0 = 1510,635 \text{ Hz}$$

Frequenzbreite:

$$\Delta f = 262,895 \text{ Hz}$$

Gütefaktor über Frequenzbreite:

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f} = 5,746$$

Gütefaktor über Spannungsüberhöhung:

$$Q = \frac{U_C(\omega_0)}{U_0} = \frac{U_L(\omega_0)}{U_0} = \frac{12,151 \text{ V}}{2,121 \text{ V}} = 5,730$$

Schwingkreis mit $R = 100 \Omega$

Resonanzfrequenz:

$$f_0 = 1502,965 \text{ Hz}$$

Frequenzbreite:

$$\Delta f = 491,887 \text{ Hz}$$

Gütefaktor über Frequenzbreite:

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f} = 3,056$$

Gütefaktor über Spannungsüberhöhung:

$$Q = \frac{U_C(\omega_0)}{U_0} = \frac{U_L(\omega_0)}{U_0} = \frac{6,477 \text{ V}}{2,121 \text{ V}} = 3,054$$

Phasenverschiebung

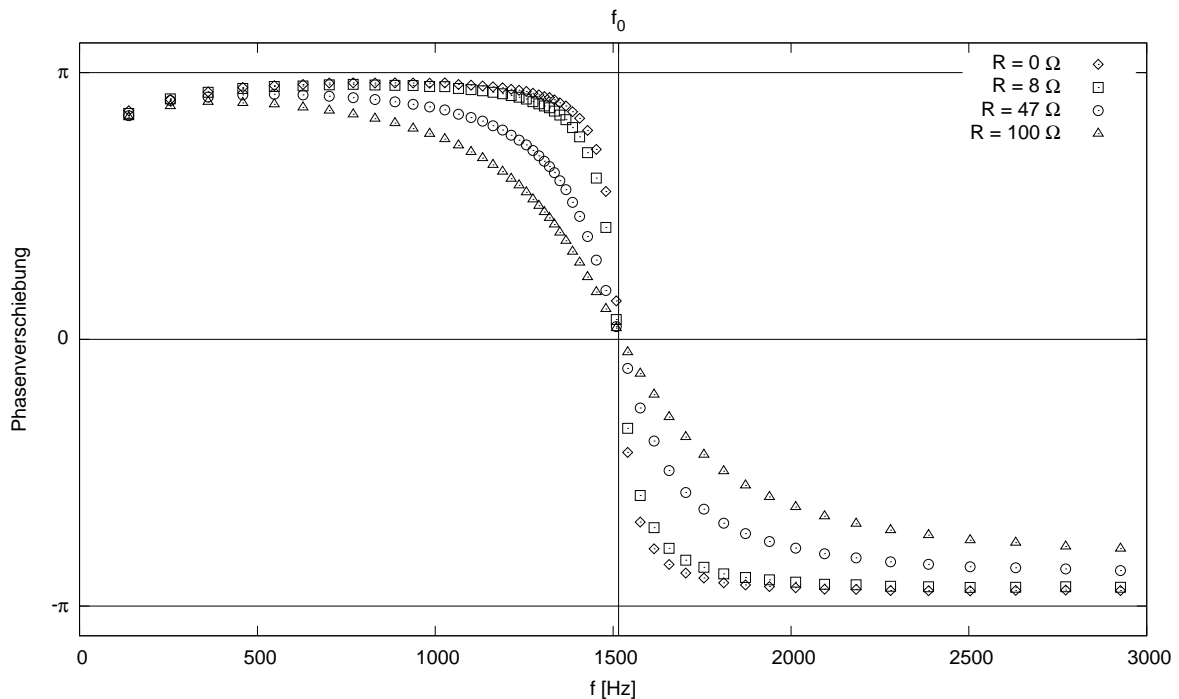


Abbildung 14: Phasenverschiebung in Abhängigkeit von der Frequenz bei verschiedenen Widerständen R

Man sieht hier in Abbildung 14 deutlich, dass die Kurve der Phasenverschiebung für kleine Widerstände, also für Schwingkreise mit hoher Güte, immer steiler wird und der Wechsel der Phasenverschiebung von 90° zu -90° bei der Resonanzfrequenz somit immer abrupter wird.

Schaubilder $R = 0 \Omega$

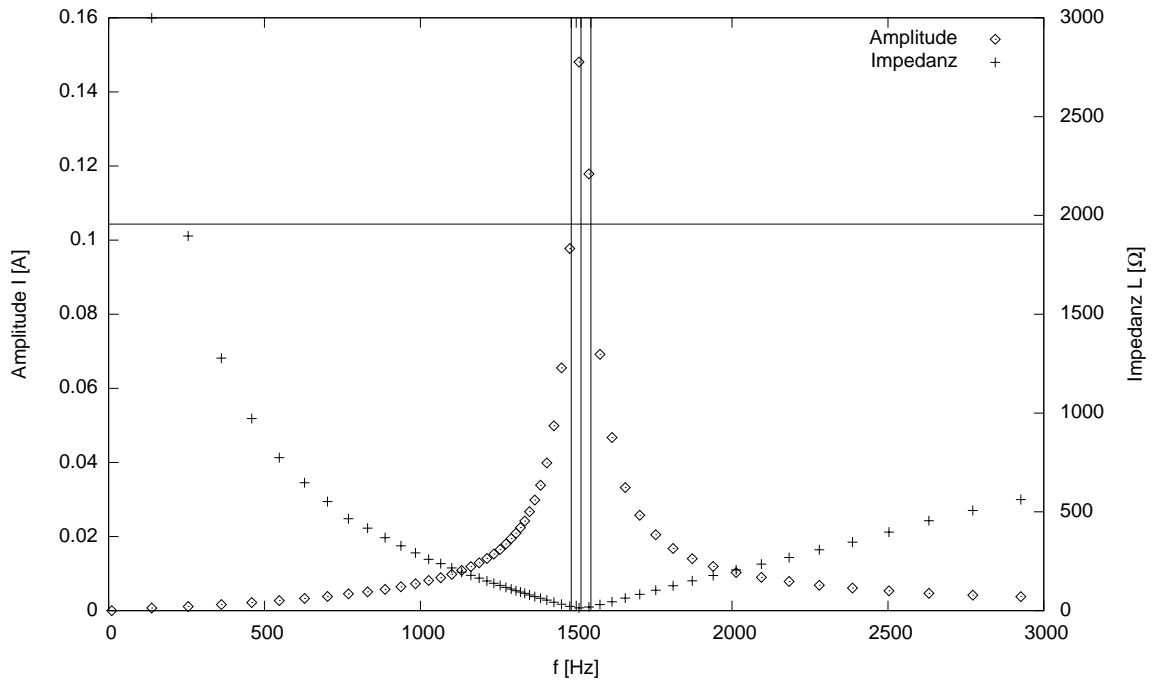


Abbildung 15: Amplitude und Impedanz in Abhängigkeit der Frequenz mit $R = 0 \Omega$

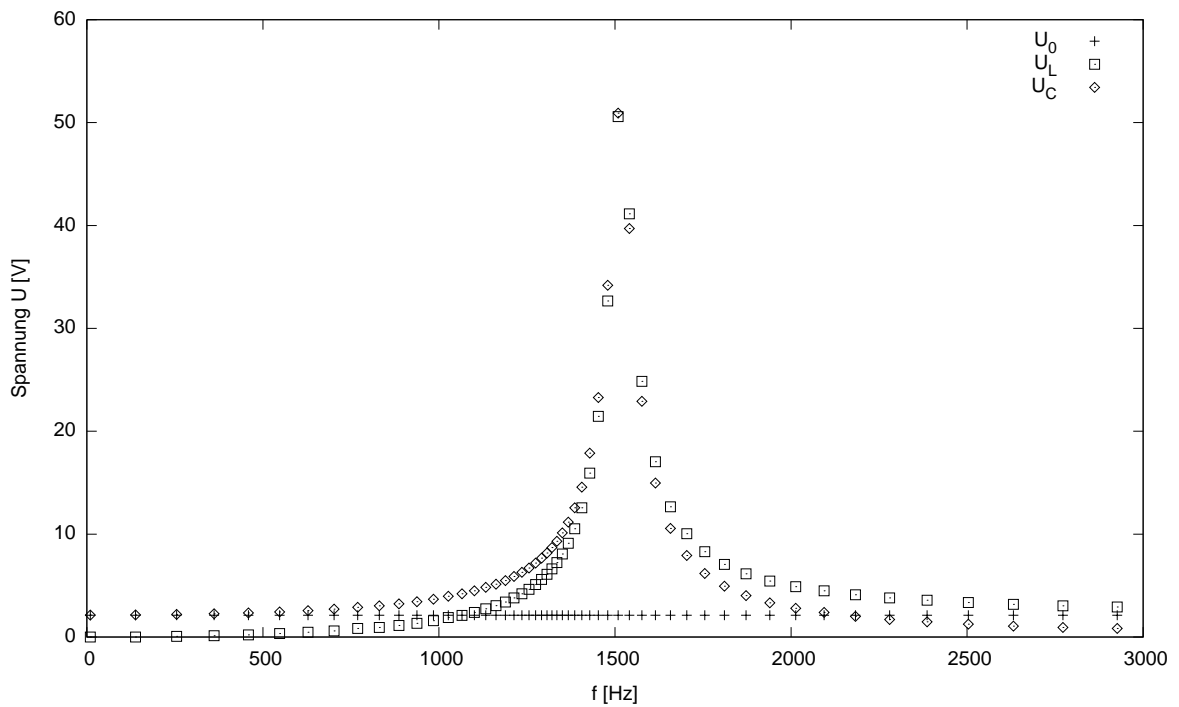


Abbildung 16: Generatorspannung U_0 und Spannungen am Kondensator U_C und an der Spule U_L bei einem Widerstand von $R = 0 \Omega$

Schaubilder $R = 8,2 \Omega$

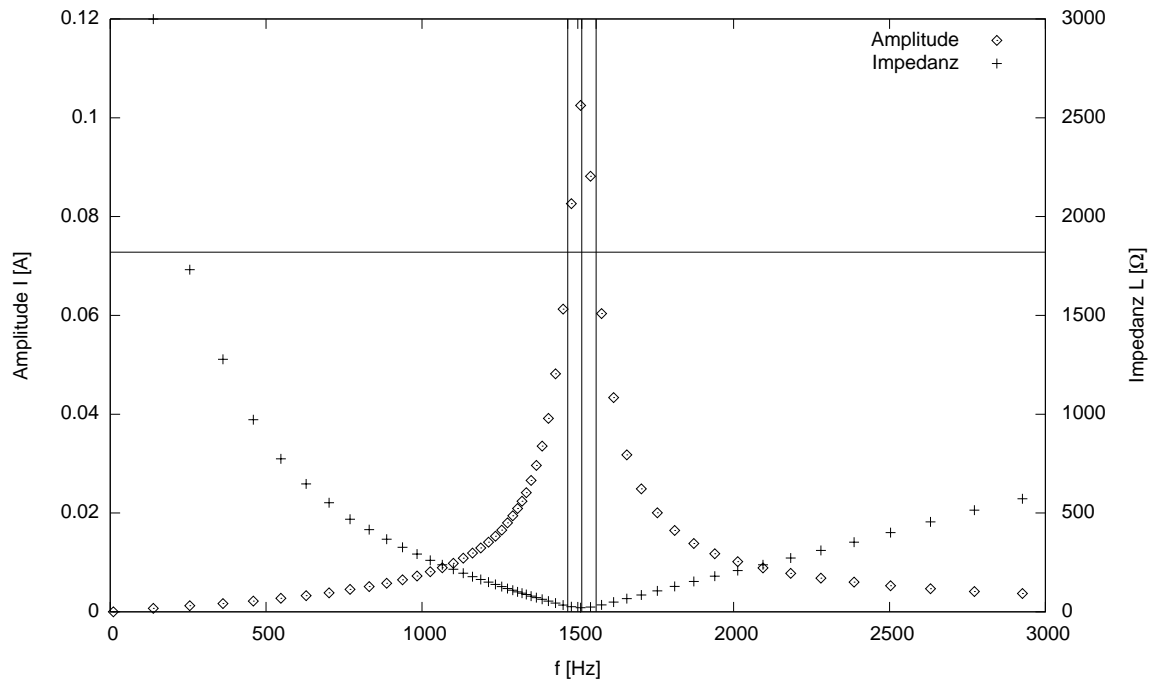


Abbildung 17: Amplitude und Impedanz in Abhängigkeit der Frequenz mit $R = 8,2 \Omega$

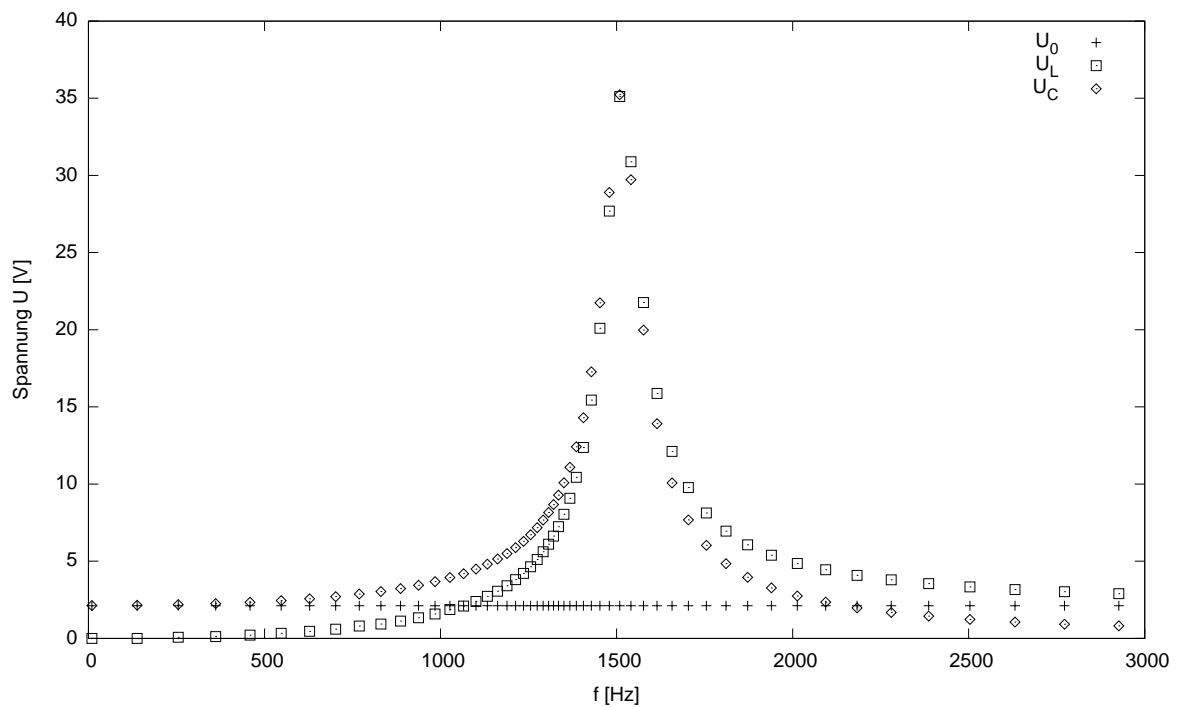


Abbildung 18: Generatorspannung U_0 und Spannungen am Kondensator U_C und an der Spule U_L bei einem Widerstand von $R = 8,2 \Omega$

Schaubilder $R = 47 \Omega$

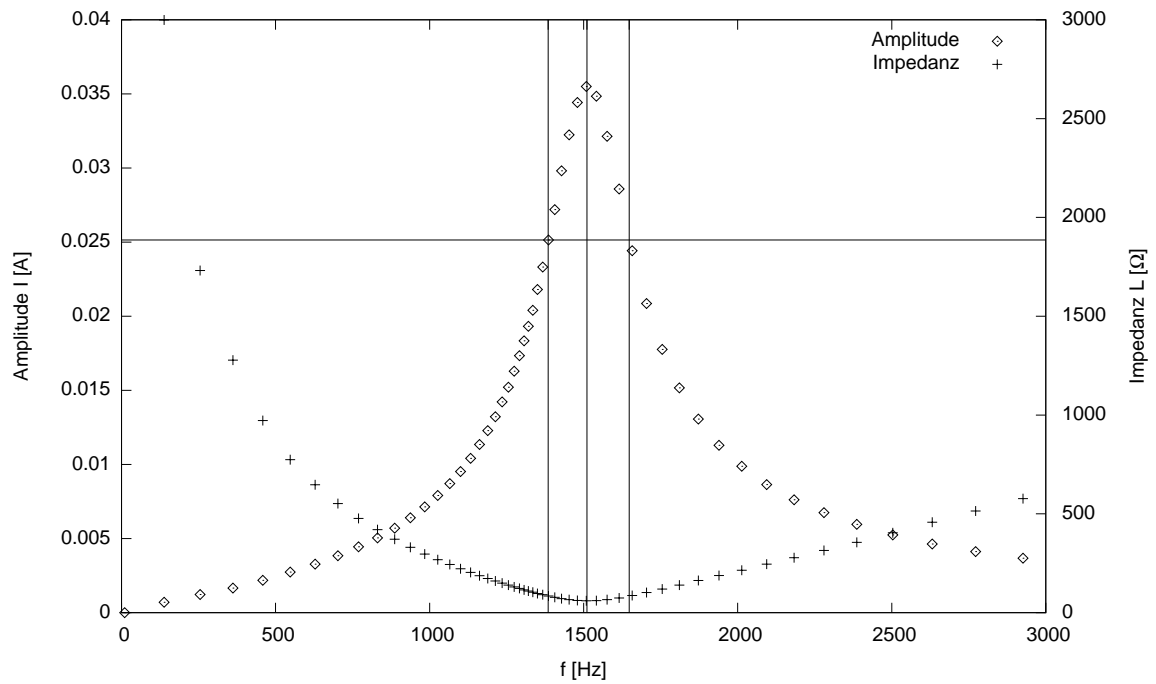


Abbildung 19: Amplitude und Impedanz in Abhängigkeit der Frequenz mit $R = 47 \Omega$

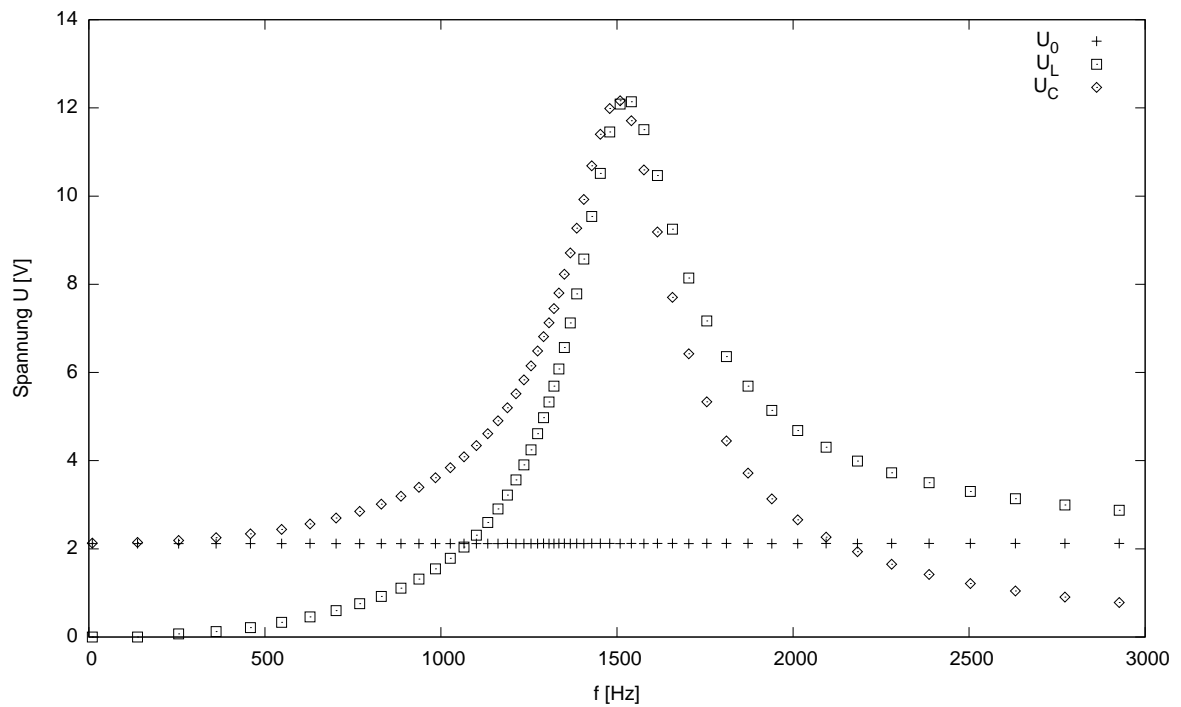


Abbildung 20: Generatorspannung U_0 und Spannungen am Kondensator U_C und an der Spule U_L bei einem Widerstand von $R = 47 \Omega$

Schaubilder $R = 100 \Omega$

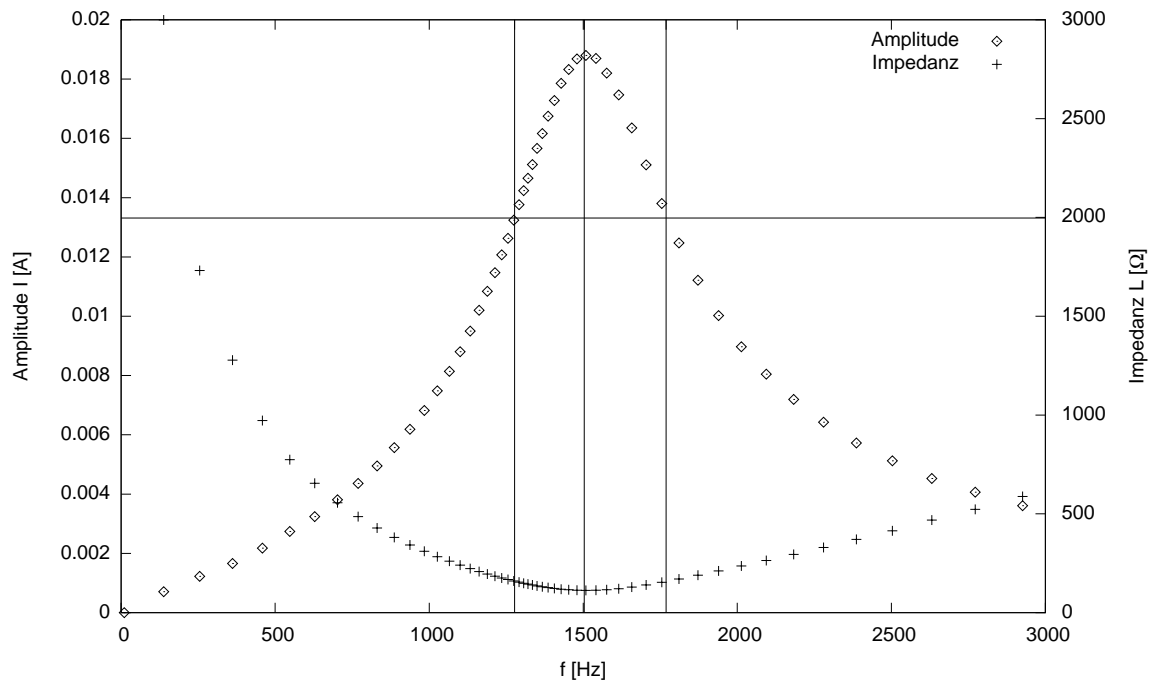


Abbildung 21: Amplitude und Impedanz in Abhängigkeit der Frequenz mit $R = 100 \Omega$

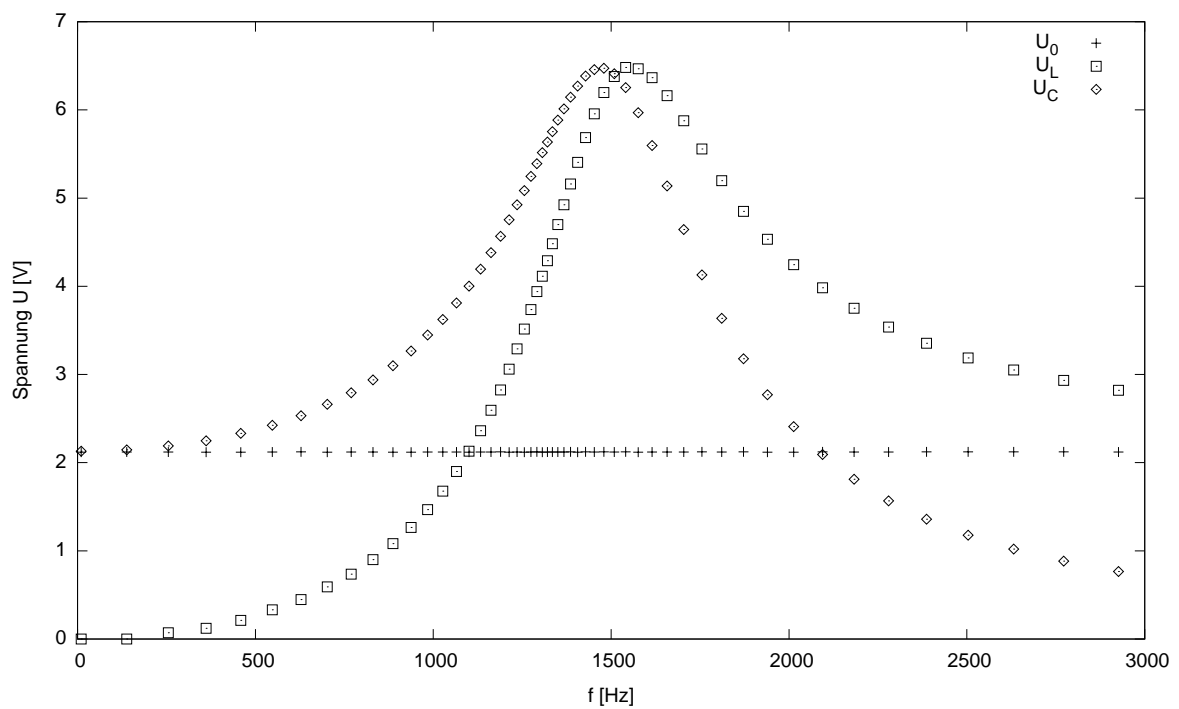


Abbildung 22: Generatorspannung U_0 und Spannungen am Kondensator U_C und an der Spule U_L bei einem Widerstand von $R = 100 \Omega$

Fazit

Es zeigt sich, dass Schwingkreise mit hohem Widerstand, also mit höherer Dämpfung eine niedrigere Güte besitzen als Schwingkreise mit niedrigem Widerstand.

Wie bei der Phasenverschiebung wird auch bei der Impedanz die Kurve mit zunehmender Güte immer steiler.

An den Spannungskurven erkennt man deutlich das Wechselspannungsverhalten von Kondensator und Spule. Bei sehr niedrigen Frequenzen hat die Spule eine niedrige Impedanz, an ihr wird daher fast kein Spannungsabfall gemessen. Für hohe Frequenzen hingegen wird auch die Impedanz der Spule größer, sodass sich die Spannung für sehr hohe Frequenzen der Quellspannung U_0 nähert. Für den Kondensator lässt sich dies auch beobachten, nur eben genau andersherum: Bei niedriger Frequenz hat der Kondensator eine hohe Impedanz, daher wird eine Spannung nahe U_0 gemessen. Für sehr hohe Frequenzen geht diese Impedanz und damit auch der gemessene Spannungsabfall gegen Null.

Bei der Resonanzfrequenz lässt sich beobachten, dass diese leicht von der Dämpfung abzuhängen scheint, denn für größere Widerstände wird diese etwas kleiner.

Allerdings ist die Dichte unserer Messpunkte im Resonanzbereich nicht so hoch wie gewünscht, da die theoretische Resonanzfrequenz bei Verwendung eines Kondensators der Kapazität $C = 330 \text{ nF}$ und einer Spule der Induktivität $L = 0,044 \text{ H}$ mit $f_0 = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{LC}} = 1320,799 \text{ Hz}$ knapp 200 Hz neben der tatsächlich gemessenen Resonanzfrequenz von 1515,303 Hz liegt. Möglicherweise liegt dies daran, dass die Angaben auf den verwendeten Bauteilen nicht stimmten, da diese durch Alterung oder unsachgemäße Behandlung etwas an Kapazität bzw. Induktivität eingebüßt haben. Dies hätte sich leicht korrigieren lassen und etwas mehr Genauigkeit gebracht, ist uns aber leider während der Messungen nicht aufgefallen.