

Praktikum Klassische Physik I

Versuchsprotokoll:
**P1-72, 74, 75: Bestimmung von $\frac{e}{m}$ des
Elektrons**

Christian Buntin, Jingfan Ye
Gruppe Mo-11

Karlsruhe, 2. November 2009

Versuch 1.1: Messung des Magnetfeldes und Vergleich

Wir haben die Hall-Spannung gemäß Versuchsanweisung an den vorgegebenen Stellen (Anordnung wie in den Tabellen) gemessen. Das B -Feld berechneten wir dann nach Gleichung 2 (Siehe nächster Teilversuch). Zusätzlich wurde der theoretische Wert des B -Feldes nach Gleichung 3 für das Spulenpaar berechnet.

Tabelle 1: Hall-Spannungen bei einem Spulenstrom von 1,019 A (in mV)

		0,0975		
		0,1065		
		0,1085		
0,107	0,109	0,109	0,110	0,109
		0,110		
		0,1095		
		0,105		
		0,088		

Tabelle 2: Magnetfeld bei einem Spulenstrom von 1,019 A (in mT)

		0,695		
		0,759		
		0,773		
0,762	0,777	0,777	0,784	0,777
		0,784		
		0,780		
		0,748		
		0,627		

Berechneter Wert: 0,794 mT

Tabelle 3: Hall-Spannungen bei einem Spulenstrom von 1,494 A (in mV)

		0,147		
		0,156		
		0,158		
0,155	(0,15) ¹	0,161	0,157	0,158
		0,162		
		0,160		
		0,151		
		0,137		

Tabelle 4: Magnetfeld bei einem Spulenstrom von 1,494 A (in mT)

		1,047		
		1,112		
		1,126		
1,104	(1,069)	1,147	1,119	1,126
		1,154		
		1,140		
		1,076		
		0,976		

Berechneter Wert: 1,164 mT

Tabelle 5: Hall-Spannungen bei einem Spulenstrom von 1,997 A (in mV)

		0,195		
		0,206		
		0,213		
0,210	0,211	0,214	0,216	0,215
		0,215		
		0,215		
		0,206		
		0,172		

Tabelle 6: Magnetfeld bei einem Spulenstrom von 1,997 A (in mT)

		1,389		
		1,468		
		1,518		
1,496	1,503	1,525	1,539	1,532
		1,532		
		1,532		
		1,468		
		1,226		

Berechneter Wert: 1,556 mT

¹Ungenau gemessen

Versuch 1.2: Eichung der Hallsonde

Die Hallspannung der Hallsonde wurde für verschiedene Spulenströme gemessen. Für das Magnetfeld B der Eichspule gilt, da es sich um eine langgestreckte Spule handelt:

$$B = \mu_0 \mu_r \frac{n}{L} I = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot 1 \cdot I_{\text{Spule}} \cdot \frac{750}{300 \text{ mm}} \quad (1)$$

Tabelle 7: Messwerte zur Eichung der Hall-Sonde

$I_{\text{Spule}}[\text{A}]$	$U_{\text{Hall}}[\text{mV}]$	$B[\text{mT}]$
0,086	0,0395	0,270
0,169	0,077	0,531
0,237	0,107	0,745
0,329	0,149	1,034
0,408	0,185	1,282
0,477	0,215	1,499
0,560	0,252	1,759
0,638	0,285	2,004
0,708	0,302	2,224
0,797	0,360	2,504

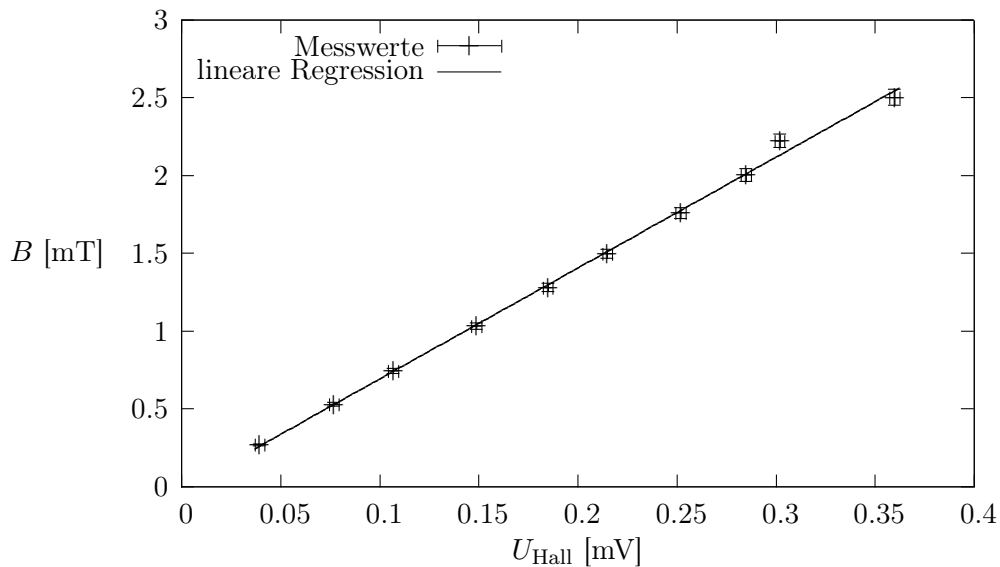


Abbildung 1: Grafik zur Eichung der Hall-Sonde

Daraus ergibt sich für die Steigung ein Mittelwert von $\frac{B}{U_{\text{Hall}}} = 7,12553 \pm 0,119 \frac{\text{T}}{\text{V}}$. Damit lässt sich nun die Stärke des Magnetfeldes des Helmholtzspulen-Paares wie folgt messen:

$$B = U_{\text{Hall}} \cdot 7,12553 \frac{\text{T}}{\text{V}} \quad (2)$$

Versuch 1.3: Vergleich mit den berechneten Werten

Nach der Vorbereitungsmappe gilt für das Magnetfeld dieser Helmholtzspulen-Anordnung:

$$B = 0,7155\mu_0 n \frac{I}{R} = 0,7155 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot 130 \cdot \frac{I}{15 \text{ cm}} \quad (3)$$

Aus den vorherigen Tabellen lässt sich ablesen, dass das Magnetfeld in der Mitte weitreichend konstant ist. Auch ist die Abweichung des Wertes in der Mitte vom berechneten Wert (Tabelle 2: 2,2%; Tabelle 4: 1,5%; Tabelle 6: 2,0%) gering. Dabei ist zu beachten, dass die Steigung aus Aufgabe 1.2 bereits eine Standardabweichung von 1,67% und die Messgeräte einen systematischen Fehler von 0,025 mV haben.

Somit ist das Feld des Helmholtzspulen-Paares ausreichend konstant und lässt sich mittels Gleichung 3 gut berechnen. Dieses Magnetfeld kann also zur nun folgenden Bestimmung von $\frac{e}{m}$ verwendet werden.

Versuch 1.4

Wir verbanden die Kabel der im Plexiglaskasten eingeschlossenen Versuchsvorrichtung wie in der Anweisung beschrieben mit den Netzgeräten und den Multimetern bzw. Ampere- und Voltmetern. Das Fadenstrahlrohr selbst drehten wir zum Magnetfeld der Helmholtzspulen so zurecht, dass die Elektronen senkrecht in deren Magnetfeld geschossen werden und dort eine Kreisbahn vollführen können.

Nach Abdunklung des Raumes ließen wir den Strom durch die Helmholtzspulen fließen und legten die Anodenspannung sowie die Wehneltspannung an, sodass Elektronen gebündelt aus der Anode geschossen kamen und einen bläulich leuchtenden Kreis innerhalb der Glaskugel erzeugten. Leider leuchtete dieser so schwach, dass man ihn wirklich nur nach Abdunklung des Raumes erkennen konnte. Dies hatte aber den Nachteil, dass wir das Spiegelbild der Marken, die zur Messung des Kreisdurchmessers an einer Schiene angebracht wurden, nicht sahen. Deswegen entschlossen wir uns, stattdessen das leuchtende Spiegelbild des Kreises als Indikator zu nehmen und die Marken zu dem Ort zu schieben, an dem Bild und Spiegelbild des Kreises von vorne betrachtet übereinander lagen.

Eine weitere Schwierigkeit beim Ermitteln des Kreisdurchmessers bereitete die Glaskugel, in der die Elektronen kreisten. Denn das Licht, welches der bläulich fluoreszierende Kreis direkt und durch den Spiegel zu unseren Augen entsandte, wurde am Glas sehr stark gebrochen und verzerrt. Die Kreisdurchmesser $d = 14,4 \text{ cm}$ bei $U = 249,7 \text{ V}$ und $I = 1 \text{ A}$ sowie $d = 11,0 \text{ cm}$ bei $U = 174,7 \text{ V}$ und $I = 1 \text{ A}$ sind aus den soeben genannten Gründen besonders ungenau und deshalb nur Schätzwerte. Doch auch die restlichen Kreisdurchmesser ließen sich mehr oder weniger nur grob ablesen, weshalb wir dafür einen sehr großen Fehler von $\pm 3 \text{ mm}$ annahmen.

Zur Anodenspannung von 100 V haben wir überhaupt keine Messwerte, da sie noch zu klein ist, damit Elektronen aus ihr austreten. Wir haben da also noch überhaupt keine Elektronen in der Glaskugel gesehen. Erst mit etwa 110 V war die Schwelle erreicht.

Zur Berechnung von $\frac{e}{m}$ aus den gemessenen Daten benutzen wir folgende Gleichung, die in der Vorbereitung bereits hergeleitet wurde:

$$\frac{e}{m} = \frac{125}{8} \cdot \frac{U \cdot R^2}{I^2 N^2 \mu_0^2 d^2} \quad (4)$$

Hier werden nun die Ergebnisse mit ihren jeweiligen systematischen Fehlern aufgelistet. Die Art und Weise der Fehlerberechnung folgt anschließend.

Tabelle 8: Bahndurchmesser bei einem Spulenstrom von 1 A

U_A [V] $\pm 1\%$	d [mm] ± 3 mm	$\frac{e}{m}$ [$10^{11} \frac{C}{kg}$]
100,2	nicht messbar	
125,5	88	$2,13 \pm 0,28$
150,1	99	$2,02 \pm 0,25$
174,7	110	$1,90 \pm 0,22$
200,3	127	$1,64 \pm 0,18$
225,1	136	$1,60 \pm 0,17$
249,7	144	$1,59 \pm 0,17$

Arithm. Mittel mit stat. Fehler: $1,81 \pm 0,22$

Tabelle 9: Bahndurchmesser bei einem Spulenstrom von 2 A

U_A [V] $\pm 1\%$	d [mm] ± 3 mm	$\frac{e}{m}$ [$10^{11} \frac{C}{kg}$]
100	nicht messbar	
125,1	45	$2,03 \pm 0,35$
150,4	50	$1,98 \pm 0,31$
174,5	55	$1,90 \pm 0,28$
199,8	60	$1,83 \pm 0,25$
225,5	65	$1,76 \pm 0,23$
250,6	70	$1,68 \pm 0,21$

Arithm. Mittel mit stat. Fehler: $1,86 \pm 0,13$

Tabelle 10: Bahndurchmesser bei einer Anodenspannung von 125 V

I [A] $\pm 1\%$	d [mm] ± 3 mm	$\frac{e}{m}$ [$10^{11} \frac{C}{kg}$]
0,991	86	$2,27 \pm 0,30$
1,199	73	$2,15 \pm 0,31$
1,405	62	$2,17 \pm 0,34$
1,598	55	$2,13 \pm 0,36$
1,805	48	$2,19 \pm 0,41$
1,981	42	$2,38 \pm 0,49$

Arithm. Mittel mit stat. Fehler: $2,215 \pm 0,086$

Tabelle 11: Bahndurchmesser bei einer Anodenspannung von 250 V

I [A] $\pm 1\%$	d [mm] ± 3 mm	$\frac{e}{m}$ [$10^{11} \frac{C}{kg}$]
0,994	nicht messbar	
1,200	114	$1,76 \pm 0,17$
1,408	97	$1,77 \pm 0,18$
1,600	90	$1,59 \pm 0,17$
1,794	78	$1,73 \pm 0,21$
2,007	68	$1,77 \pm 0,23$

Arithm. Mittel mit stat. Fehler: $1,724 \pm 0,069$

Fehlerrechnung

Zur Berechnung der Fehlerfortpflanzung bestimmt man $\Delta \frac{e}{m}$:

$$\Delta \frac{e}{m} = \sum_i \left| \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{125}{8} \cdot \frac{U \cdot R^2}{I^2 N^2 \mu_0^2 d^2} \right) \right| \cdot \Delta x_i \quad (5)$$

wobei x_i alle fehlerbehafteten Größen sind. Hier sind sie U , I und d .

$$\Delta \frac{e}{m} = \frac{125}{8} \cdot \frac{R^2}{I^2 N^2 \mu_0^2 d^2} \cdot \Delta U + \frac{250}{8} \cdot \frac{U \cdot R^2}{I^3 N^2 \mu_0^2 d^2} \cdot \Delta I + \frac{250}{8} \cdot \frac{U \cdot R^2}{I^2 N^2 \mu_0^2 d^3} \cdot \Delta d \quad (6)$$

Die systematischen Fehler für \sqrt{U} und von $\frac{1}{I}$ wurden mit Hilfe der Größtfehlerabschätzung bestimmt und als Fehlerbalken in die Graphen eingetragen:

$$\Delta \sqrt{U} = \left| \frac{\partial \sqrt{U}}{\partial U} \right| \cdot \Delta U = \frac{\Delta U}{2\sqrt{U}}$$

$$\Delta \frac{1}{I} = \left| \frac{\partial (\frac{1}{I})}{\partial I} \right| \cdot \Delta I = \frac{\Delta I}{I^2}$$

Die Fehler in den Gleichungen der Regressionsgeraden sind statistische Fehler.

Graphen

Aufgrund der vorhandenen Proportionalitäten (Siehe Vorprotokoll) wurden \sqrt{U} und $\frac{1}{I}$ über d aufgetragen.

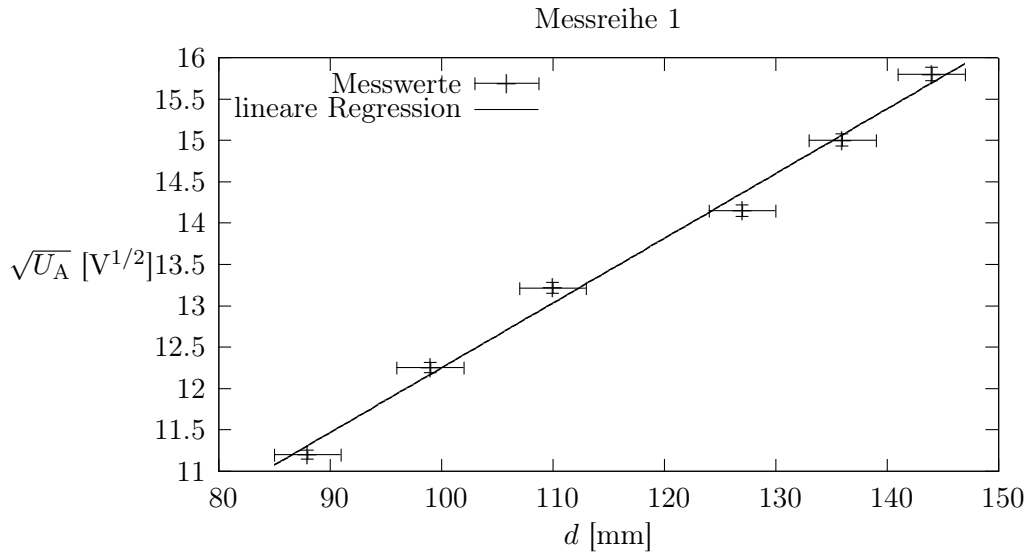


Abbildung 2: $\sqrt{U_A}$ über d bei einem Spulenstrom von 1 A
 Regression: $x(0,0783 \pm 0,0035) \frac{\sqrt{V}}{\text{mm}} + (4,42 \pm 0,41) \sqrt{V}$

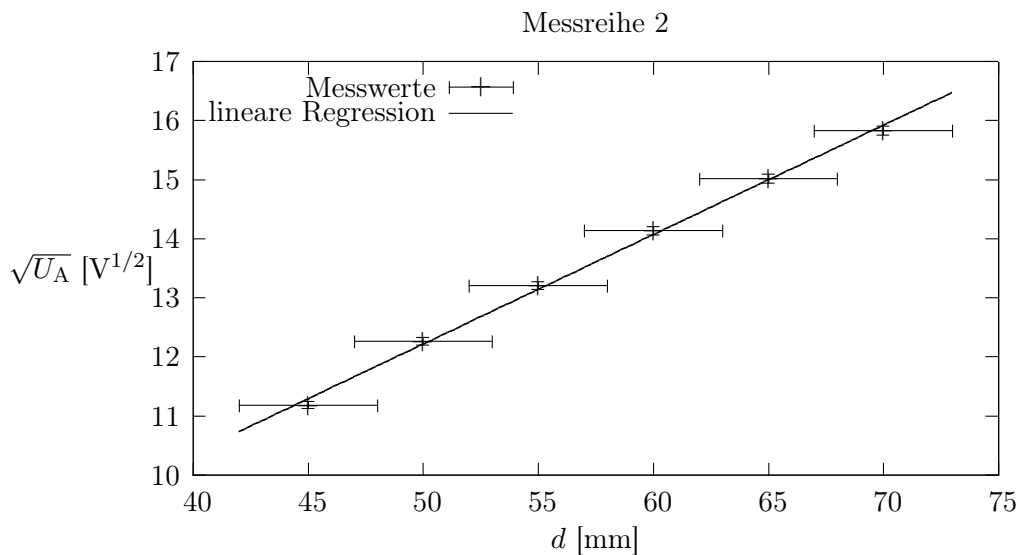


Abbildung 3: $\sqrt{U_A}$ über d bei einem Spulenstrom von 2 A
 Regression: $x(0,1852 \pm 0,0043) \frac{\sqrt{V}}{\text{mm}} + (2,96 \pm 0,25) \sqrt{V}$

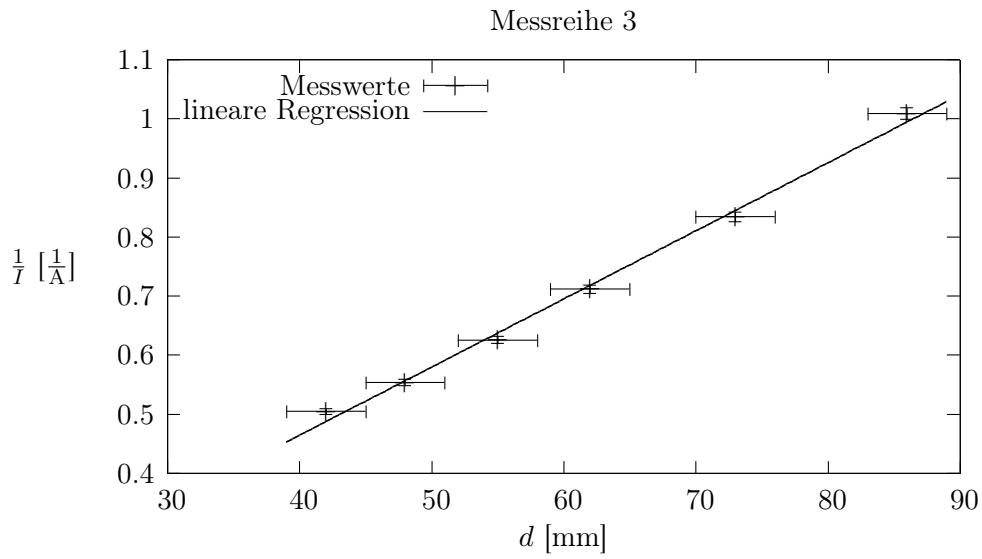


Abbildung 4: $\frac{1}{I}$ über d bei einer Anodenspannung von 250 V
 Regression: $x(0,01153 \pm 0,00039) \frac{1}{\text{mm} \cdot \text{A}} + (0,003 \pm 0,025) \frac{1}{\text{A}}$

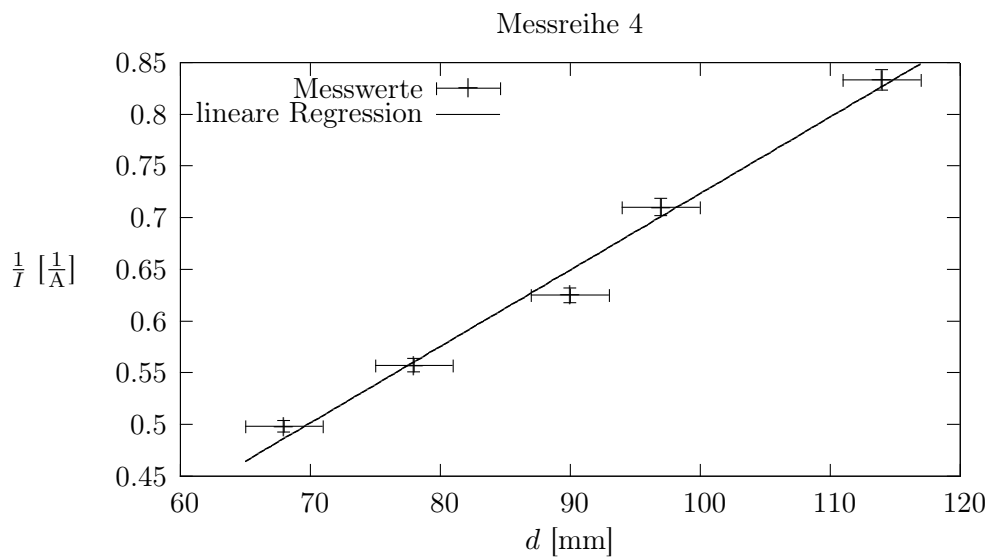


Abbildung 5: $\frac{1}{I}$ über d bei einer Anodenspannung von 250 V
 Regression: $x(0,00740 \pm 0,00048) \frac{1}{\text{mm} \cdot \text{A}} + (-0,016 \pm 0,044) \frac{1}{\text{A}}$

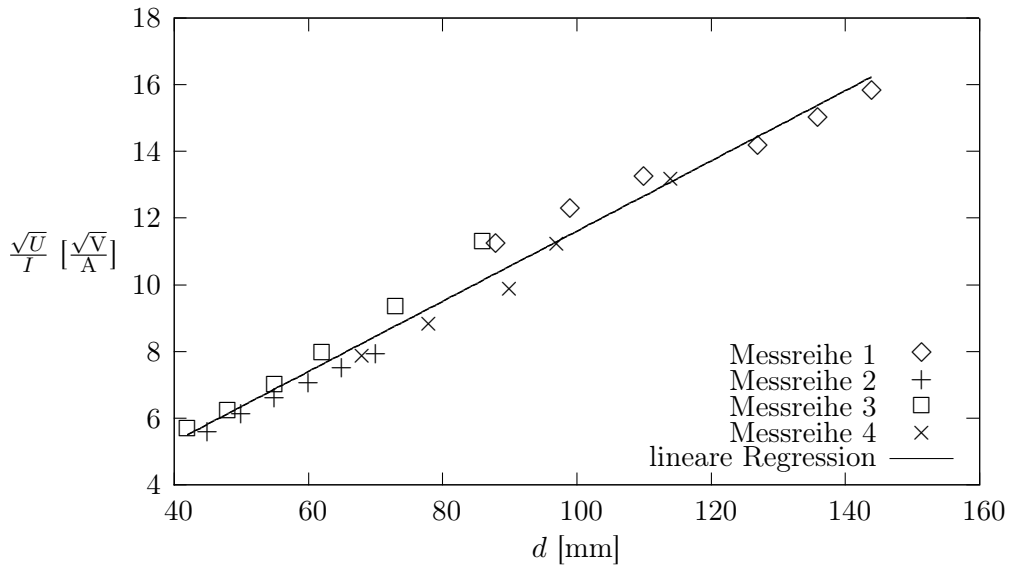


Abbildung 6: $\frac{\sqrt{U}}{I}$ über d für alle Messreihen

$$\text{Regression: } x(0,1053 \pm 0,0037) \frac{\sqrt{V}}{\text{mm} \cdot A} + (1,08 \pm 0,32) \frac{\sqrt{V}}{A}$$

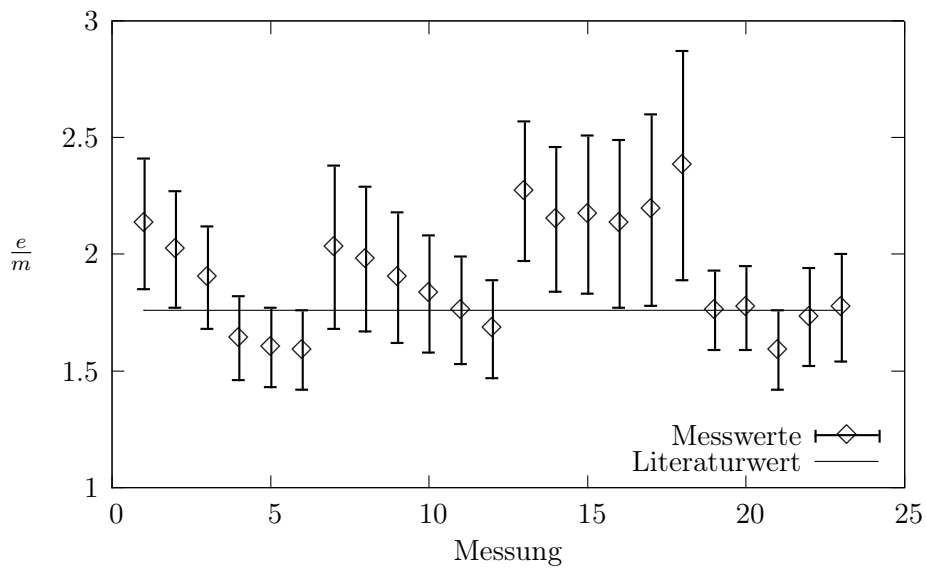


Abbildung 7: $\frac{e}{m}$ für alle Messungen

Ergebnis

Somit kommen wir auf ein Gesamtergebnis von $\frac{e}{m} = (1,91 \pm 0,24) \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$, wobei der Wert aufgrund von systematischen Fehlern zwischen $2,41 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$ und $1,42 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$ liegen kann.

Versuch 2.1

Wir schlossen die Versuchsvorrichtung wie auf dem Anweisungsblatt beschrieben mit den Netz- und Messgeräten an, führten die Experimente durch und beobachteten die erwarteten Phänomene, die im Vorprotokoll bei Kapitel 2 genau erklärt und diskutiert wurden. Leider klappte es nicht, die Elektronen 2 Spiralbahnumdrehungen fliegen zu lassen, bevor sie auf den Schirm treffen, da das Netzgerät keine höheren Stromstärken mehr zuließ und damit kein stärkeres Magnetfeld erzeugt werden konnte.

Versuch 2.2

Nachdem wir uns also mit der Versuchsvorrichtung vertraut gemacht haben, stellten wir die Wechselspannung am Plattenkondensator so ein, dass der Strich auf dem Schirm möglichst lang wurde. Die Intensität regelten wir so weit runter, dass man den Strich gerade noch erkennen konnte. Anschließend erhöhten wir langsam den Strom durch die Zylinderspule und schlossen aus dem sich immer weiter krümmenden und kürzer werdenden Strich der Elektronen auf dem Schirm, dass sie darin eine Spiralbahn mit immer kleinerer Periodendauer vollführten.

Das Wertepaar aus Anodenspannung und Stromstärke, bei dem nur noch ein Punkt auf dem Schirm zu erkennen war, wurde aufgeschrieben. Vor allem hier wurde wichtig, dass die Intensität des Elektronenstrahls niedrig genug war, um zu erkennen, wann genau ein Punkt auf dem Schirm war und nicht etwa ein sehr kurzer Strich. Leider befanden sich aber im mittleren Bildschirmbereich, auf dem der Strich zu einem Punkt konvergieren sollte, aufgrund von zu starker Betahlung von vorhergegangenen Versuchen leichte Brandflecken, sodass wir nicht ganz genau erkennen konnten, wann der Strich genau wirklich zu einem Punkt wurde. So kommt der große zusätzliche Fehler neben dem Ablesefehler für die Stromstärke zustande. Selbst große Spannungsdifferenzen der Anodenspannung - wir maßen in 25 V-Schritten - führten nur zu kleinen Veränderungen auf dem Schirm, auf dem die Elektronen auftrafen, sodass eigentlich eine sehr präzise Bestimmung der Stromstärke, bei der nur noch ein Punkt zu erkennen war, vonnöten war. Wir merkten uns deshalb ein Aussehen des Bildes, welches wir als Punkt definierten, und schrieben die Wertepaare dieser Bilder auf. So konnten wir zwar den Fehler nicht vermeiden, doch tendenziell in eine Richtung lenken. Wie an der bald folgenden Messtabelle zu sehen wird, fallen die Messergebnisse tatsächlich alle etwas zu hoch aus, doch die statistische Abweichung und damit auch die Standardabweichung sind relativ gering. Hätten wir ein Wertepaar gekannt, hätten wir uns sein Bild auf dem Schirm merken können und die anderen Werte nach dem Bild ausrichten können.

Nun die Messwerte mit Fehler:

Tabelle 12: Spulenstrom und Anodenspannung an d1

U [V] $\pm 1\%$	I [mA] ± 1 mA	$\frac{e}{m} [10^{11} \frac{C}{kg}]$
500	82,3	$1,98 \pm 0,35$
525	84,6	$1,97 \pm 0,34$
550	87,1	$1,94 \pm 0,34$
575	89,5	$1,92 \pm 0,33$
600	92,3	$1,89 \pm 0,32$
625	94,5	$1,88 \pm 0,32$
650	98,1	$1,81 \pm 0,31$
675	100,4	$1,79 \pm 0,31$
700	102,3	$1,79 \pm 0,31$

Tabelle 13: Spulenstrom und Anodenspannung an d2

U [V] $\pm 1\%$	I [mA] ± 1 mA	$\frac{e}{m} [10^{11} \frac{C}{kg}]$
500	103,0	$2,00 \pm 0,34$
525	107,4	$1,93 \pm 0,33$
550	110,8	$1,90 \pm 0,32$
575	112,9	$1,91 \pm 0,32$
600	115,4	$1,91 \pm 0,32$
625	118,6	$1,88 \pm 0,31$
650	120,6	$1,89 \pm 0,32$
675	122,8	$1,90 \pm 0,32$
700	126,3	$1,86 \pm 0,31$

Fehlerrechnung

Das B-Feld der Zylinderspule wurde bei der Berechnung gemittelt. Er wurde in der Form $c \cdot \mu_0 I \frac{n}{L}$ dargestellt, als Anteil des Magnetfeldes einer langgestreckten Spule. c , als mittlerer Vorfaktor, wurde mit Hilfe der Keplerschen Fassregel berechnet. Der größte und kleinste vorzufindende Vorfaktor für B innerhalb des möglichen Aufenthaltsbereichs der Elektroden befinden sich kurz nach den Ablenkkondensatorplatten und am Schirm (0,8464) bzw. genau in der Mitte dazwischen (0,9062). Als den Fehler dieses Vorfaktors nehmen wir davon die größere Differenz zum Mittelwert an, dieser beträgt $\Delta c = 0,0398$. Die Gleichung, die zur Bestimmung von $\frac{e}{m}$ bereits im Vorprotokoll hergeleitet wurde, lautet:

$$\frac{e}{m} = \frac{8\pi^2 L^2}{h^2 \mu_0^2 n^2 \cdot c^2} \cdot \frac{U}{I^2} \quad (7)$$

$$\Delta \frac{e}{m} = \sum_i \left| \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{8\pi^2 L^2}{h^2 \mu_0^2 n^2 \cdot c^2} \cdot \frac{U}{I^2} \right) \right| \cdot \Delta x_i$$

Hier sind die fehlerbehafteten Größen: L , U , h , n , c , I .

$$\begin{aligned} \Delta \frac{e}{m} = & \frac{16\pi^2 L}{h^2 \mu_0^2 n^2 \cdot c^2} \cdot \frac{U}{I^2} \cdot \Delta L + \frac{8\pi^2 L^2}{h^2 \mu_0^2 n^2 \cdot c^2} \cdot \frac{1}{I^2} \cdot \Delta U \\ & + \frac{16\pi^2 L^2}{h^3 \mu_0^2 n^2 \cdot c^2} \cdot \frac{U}{I^2} \cdot \Delta h + \frac{16\pi^2 L^2}{h^2 \mu_0^2 n^2 \cdot c^3} \cdot \frac{U}{I^2} \cdot \Delta c \\ & + \frac{16\pi^2 L^2}{h^2 \mu_0^2 n^2 \cdot c^2} \cdot \frac{U}{I^3} \cdot \Delta I \quad (8) \end{aligned}$$

mit $\Delta L = 0,0005\text{m}$, $\Delta U = 0,01U$, $\Delta h = 0,001\text{m}$, $\Delta c = 0,0398$, $\Delta I = 0,01I + 0,001\text{A}$

Die systematischen Fehler jeder Messung sind in der Messtabelle aufgelistet.

Für den Fehler für ΔI^2 gilt nach der Größtfehlerabschätzung:

$$\Delta I^2 = \left| \frac{\partial I^2}{\partial I} \right| \cdot \Delta I = 2I \Delta I$$

Dieser, sowie der Fehler für die Spannung U , wurden als Fehlerbalken in die Graphen eingetragen.

Graphen

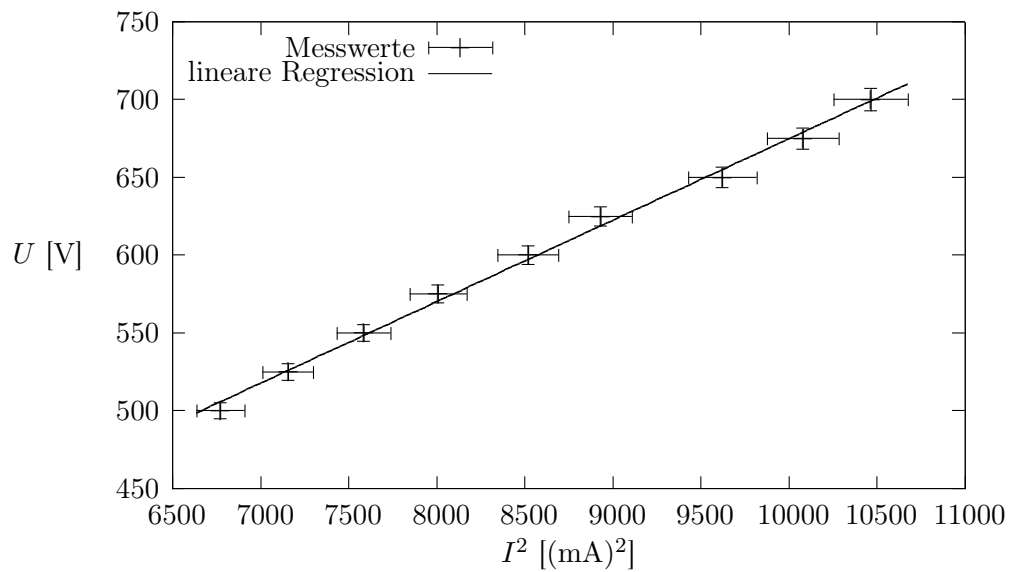


Abbildung 8: U über I^2 bei Verwendung der Ablenkplatten d1
Regression: $x(0,0524 \pm 0,0013) \frac{\text{V}}{(\text{mA})^2} + (151 \pm 11) \text{ V}$

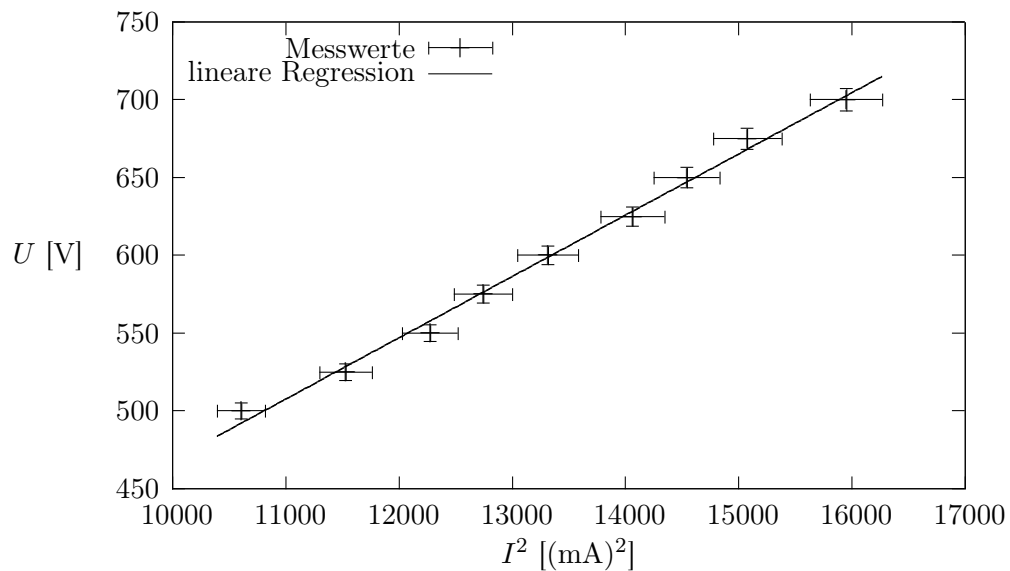


Abbildung 9: U über I^2 bei Verwendung der Ablenkplatten d2
Regression: $x(0,0394 \pm 0,0012) \frac{\text{V}}{(\text{mA})^2} + (74 \pm 15) \text{ V}$

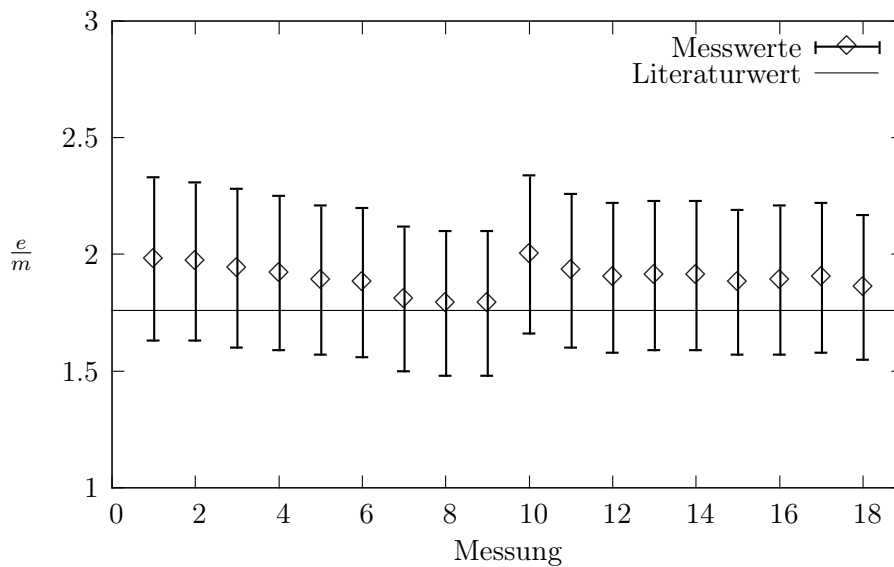


Abbildung 10: $\frac{e}{m}$ für alle Messungen

Ergebnis

Somit kommen wir auf ein Gesamtergebnis von $\frac{e}{m} = (1,897 \pm 0,058) \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$, wobei der Wert aufgrund von systematischen Fehlern zwischen $1,48 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$ und $2,34 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$ liegen kann.

Fazit

Die Methode nach Busch ist wesentlich besser geeignet. Denn hierbei muss nicht mit bloßem Auge der Bahndurchmesser abgeschätzt werden. Es ist lediglich erforderlich, dass Spannung und Stromstärke so eingestellt werden, dass das gleiche Phänomen auftritt, welches sich als möglichst kleinen Punkt auf dem Schirm äußert.